УДК 677.022:519.876.5

О ДЕЙСТВИИ ФЛУКТУАЦИОННО-ДИССИПАЦИОННОЙ ТЕОРЕМЫ ПРИ РЕЛАКСАЦИИ НАПРЯЖЕННЫХ СОСТОЯНИЙ В ВОЛОКНИСТЫХ МАТЕРИАЛАХ И ИЗДЕЛИЯХ

Севостьянов П.А., д.т.н., проф., Самойлова Т.А., к.т.н., доц., Монахов В.И., к.т.н., доц.

Российский государственный университет им. А.Н. Косыгина, г. Москва, Российская Федерация

Реферат. *В статье изучено действие флуктуационно-диссипационной теоремы при релаксации напряжений и деформаций в волокнистых материалах и изделиях из волокон и нитей натурального и искусственного происхождения: пряже, нетканых, тканых и вязаных полотнах.*

Ключевые слова: волокнистый материал, флуктуационно-диссипационная теорема, нити, пряжа.

Волокнистые материалы и изделия из волокон и нитей натурального и искусственного происхождения в большинстве случаев обладают способностью быстро переходить в равновесное состояние после механических нагрузок. При этом сами волокна и нити, используемые для производства текстильных полотен, обладают большой упругостью, сохраняя исходные формы и создавая заметное сопротивление изменениям этой формы. Следовательно, объяснение быстрой релаксации напряжений и деформаций, образующихся в материале в процессе его изготовления или эксплуатации, связано с особенностями его строения в виде геометрически сложной структуры взаимно перекрывающихся и соприкасающихся элементов: нитей, волокон, пряжи. Возникающее взаимодействие между ними имеет чисто механическую природу, причем в макроскопических масштабах, на много порядков превосходящих масштабы межмолекулярного взаимодействия. Это масштабы действия законов классической механики твердых тел – волокон, нитей и их взаимодействия в полотнах. Механическое движение многих тел, образующих замкнутую систему, всегда обратимо и сохраняет суммарную механическую энергию, что противоречит наблюдаемым эффектам релаксации волокнистых материалов на макроуровне.

Одной из причин диссипации механической энергии является сухое трение между волокнами и нитями в пряже и полотнах при их относительном смещении вдоль соприкасающихся поверхностей. Силы сцепления между неровностями поверхностей и силы трения делают перемещения поверхностей необратимыми. Однако, оценка величины этих сил и доли механической энергии, необратимо рассеиваемой и переходящей в тепловую энергию, не может объяснить всю величину рассеиваемой энергии и скорости релаксации волокнистых материалов. В работе [1] нами было доказано, что при большом количестве элементов механической системы, взаимодействующих по законам сухого трения и при случайных вариациях коэффициентов трения и сил нормального давления при этом взаимодействии, интегральный эффект трения проявляется в диссипативных силах [2,3], подчиняющихся закону вязкого трения.

В середине 20 века была доказана так называемая флуктуационно-диссипационная теорема механики (ФДТ), действующая как в квантовых, так и в классических механических системах [4,5]. Теорема доказывает, что если в замкнутой механической системе на ее элементы наряду с детерминированными силами действуют случайные, флуктуационные воздействия, то движение элементов приобретает хаотический характер и становится необратимым в силу вероятностного характера взаимодействия элементов. При этом сами флуктуационные воздействия являются механическими, не связанными с какими-либо термодинамическими эффектами, выводящими систему из рамок чисто механического движения [6]. Взаимодействие волокон и нитей в текстильных полотнах и пряже и содержит значительную флуктуационную составляющую в масштабах отдельных волокон, участков перекрытия нитями друг друга, элементов тканых и трикотажных полотен. Огромное число участков соприкосновения между волокнами, нитями, пряжи в пределах небольших площадей полотна со случайными вариациями давлений, нормальных к плоскости соприкосновения, неровностями поверхности приводит к вероятностным эффектам силового взаимодействия и вполне подпадает под условия выполнения ФДТ. Следовательно, с учетом ФДТ быструю релаксацию напряжений и деформаций в волокнистых материалах при любых видах нагрузки как в процессе формирования материалов, так и в процессе их эксплуатации, можно в значительности степени объяснить хаотическим, флуктуационным характером взаимодействия волокон и нитей [7]. В рамках классической механики действие ФДТ иллюстрируют уравнением Ланжевена, которое является линейным дифференциальным уравнением первого порядка относительно фазовой переменной V(t) со случайной функцией n(t) в правой части, которая и описывает случайные, флуктуационные воздействия

$$\frac{dV(t)}{dt} + a \cdot V(t) = n(t). \tag{1}$$

Решение этого уравнения приводит к формуле Эйнштейна для броуновских частиц и к формуле Найквиста об уровне электронного шума для электронных приборов.

Другой пример «работы» ФДТ основан на простой одномерной механической модели возвратно-поступательного движения поршня в цилиндре. С одной стороны на поршень действует упругая пружина, с другой стороны по поверхности поршня наносят удары сталкивающиеся с ним молекулы идеального газа. Принимается, что молекулы газа не сталкиваются между собой и перемещаются только в направлении движения поршня. Столкновения с поршнем носят характер абсолютно упругого удара. Из законов сохранения кинетической энергии и импульса легко найти формулы для скоростей молекулы газа v1 и поршня V1 после их соударения

$$v1 = \frac{M-m}{M+m} v0 - \frac{2M}{M+m} V0, \qquad V1 = \frac{2m}{M+m} v0 + \frac{M-m}{M+m} V0. \tag{2}$$

В этих формулах v0 и V0 – скорости молекулы и поршня до столкновения, M и m – массы поршня и молекулы. Скорости измеряются относительно неподвижного цилиндра, длина которого вдоль направления движения равна 2L. Начальное положение поршня – в середине цилиндра и начальная скорость направлена в сторону сжатия пружины, которая в среднем положении поршня не деформирована (рис.1). Коэффициент жесткости пружины k, [k] = Н/м. Уравнения динамики движения поршня с учетом изменения его импульса вследствие соударений с молекулами имеют вид

$$dX(t)/dt = V(t) \quad dV(t)/dt = -k/M \cdot X(t) + m \cdot \sum_{j=1}^{n} \left[v1(j,t) - v0(j,t) \right]. \tag{3}$$

В этих уравнениях n – число соударений поршня с молекулами за время dt, v0(j,t) и v1(j,t) – скорости соударяющихся с поршнем молекул до и после удара за время dt.

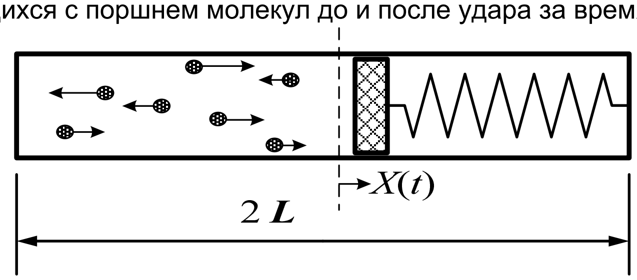

Рисунок 1 – Движение поршня под действием детерминированной силы упругости пружины и хаотических соударений с молекулами газа

Уравнение (3) решалось численно. При этом число молекул N справа от поршня задавалось достаточно большим, чтобы снизить статистическую погрешность оценок. Координаты молекул по длине цилиндры в начальный момент – равномерно распределенные от –L до 0 случайные величины, их скорости – случайные величины, распределенные по закону Максвелла с равновероятными знаками направления по оси движения. В пределах каждого шага дискретизации времени Δt рассчитывались движения и возможные соударения с поршнем для каждой из N молекул, и накапливалось суммарное изменение импульса поршня (сумма во втором уравнении (3)). На рисунке 2 показаны фазовые координаты движения поршня (координаты X(t) – V(t)) при отсутствии соударений с молекулами и при хаотических соударениях. На рисунке видно, что фазовая траектория движения поршня при отсутствии хаотических соударений с молекулами представляет собой замкнутую эллиптическую траекторию, что говорит о сохранении механической энергии в данной системе и обратимости движения. Фазовая траектория поршня, находящегося под действием соударяющихся с ним молекул газа со случайными величинами скоростей и случайными моментами столкновений с поршнем принципиальным образом отличается от первого варианта. Движение поршня становится необратимым. В стационарном состоянии, удаленном по времени от начала движения, поршень совершает хаотические движения в окрестности стационарной точки. Происходит рассеяние его механической энергии, которая пропорциональна площади, охватываемой за один цикл движения поршня.

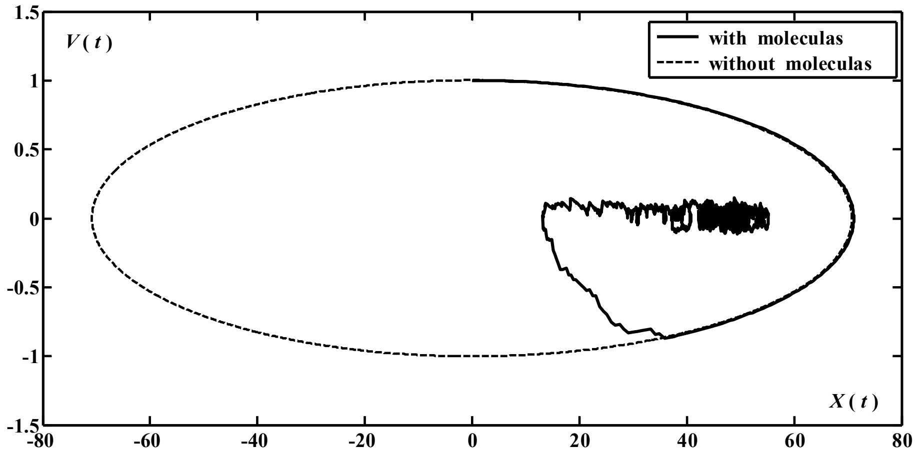

Рисунок 2 – Фазовые траектории движения подпружиненного поршня при соударениях с хаотически движущимися молекулами газа и без соударений

Таким образом, подтверждается диссипация энергии движения рассматриваемой механической системы, необратимость движения ее элементов, затухание скоростей. Кинетическая составляющая механической энергии уменьшается, а потенциальная составляющая распределяется между элементами системы, что и приводит к равновесию, причем точка равновесия находится не в центре фазового пространства, а смещена вправо, что говорит об энергетическом равновесии между потенциальной энергией поршня с сжатой пружиной и интегральной кинетической энергией молекул.

Список использованных источников

1. Севостьянов, П. А. Компьютерные модели в механике волокнистых материалов: монография / П. А. Севостьянов – Москва, Тисо Принт. – 2013. – 254 с. ISBN 978-5-9904852-1-1
2. Севостьянов, П. А. Моделирование динамики удлинения и разрыва образца ткани с учетом случайных вариаций и изменений в структуре ткани и взаимодействии нитей. Химические волокна / П. А. Севостьянов, В. И. Монахов, Т. А. Самойлова, П. Е. Дасюк – 2015 – №6 – с. 79-82
3. Крагельский, И. В. Трение и износ / И. В. Крагельский – Москва, Машиностроение, 1968.
4. Herbert B. Callen and Theodore A. Welton. «Irreversibility and Generalized Noise», Phys. Rev. 83, 34 (1951) DOI: 10.1103 / PhysRev. 83.34
5. Ландау, Л. Д. Статистическая физика. Ч.1. – Изд. 5-е/ Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц – Москва, Физматлит. – («Теоретическая физика», том V). – ISBN 5-9221-0054-8, 2001. – 616 с.
6. Татарский, В. И. Пример описания диссипативных процессов на основе обратимых динамических уравнений и некоторые замечания относительно флуктуационно-диссипационной теоремы. / В. И. Татарский, 1978. – 273–307 с.
7. Севостьянов, П. А. Влияние числа обвивочных волокон на прочностные свойства пряжи пневмомеханического способа прядения. Изв. вузов. Технология текстильной промышленности / П. А. Севостьянов - 5, 1983.