

$$T_1 = \frac{m_1 \dot{z}^2}{2}, T_2 = \frac{m_2}{2}(\dot{z}^2 + \dot{y}^2), T_3 = \frac{m_3}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2).$$

где
Тогда

$$T = \frac{1}{2} [m_3 \dot{x}^2 + (m_2 + m_3) \dot{y}^2 + (m_1 + m_2 + m_3) \dot{z}^2]. \quad (2)$$

Частные производные от кинетической энергии T по обобщенным скоростям $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ будут равны:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} = m_3 \dot{x}; \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{y}} = (m_2 + m_3) \dot{y}; \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{z}} = (m_1 + m_2 + m_3) \dot{z}.$$

Частные производные от кинетической энергии по обобщенным координатам равны нулю, так как значение кинетической энергии не зависит от обобщенных координат, т. е.

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial z} = 0.$$

Сообщив механизму последовательно независимые обобщенные возможные перемещения $\delta x, \delta y, \delta z$, найдем значения обобщенных сил:

$$Q_x = F_{23}, \quad Q_y = F_{12}, \quad Q_z = F_{01} - (m_1 + m_2 + m_3)g.$$

Дифференциальные уравнения движения данного механизма имеют вид:

$$m_3 \ddot{x} = F_{23}, \quad (m_2 + m_3) \ddot{y} = F_{12}, \quad (m_1 + m_2 + m_3) \ddot{z} = F_{01} - (m_1 + m_2 + m_3)g. \quad (3)$$

Интегрируя дважды эти уравнения, получим:

$$x = \frac{F_{23}}{2m_3} t^2 + c_1 t + c_2, \quad y = \frac{F_{12}}{2(m_2 + m_3)} t^2 + c_3 t + c_4, \quad z = \left(\frac{F_{01}}{m_1 + m_2 + m_3} - g \right) \frac{t^2}{2} + c_5 t + c_6.$$

Задавая начальные условия, можно определить значения постоянных интегрирования $c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6$.

Выводы.

Получены расчетные формулы и представлен пример расчета для определения кинематических характеристик пространственного исполнительного механизма в декартовых координатах. Представлены расчетные формулы для составления дифференциального уравнения движения робота-манипулятора, работающего в прямоугольной системе координат. Получено дифференциальное уравнение движения центра схвата робота пространственного исполнительного механизма.

УДК 531.312.1

РАСЧЕТ ЗАДНИХ УГЛОВ РЕЗЦА ИСПОЛНИТЕЛЬНОГО МЕХАНИЗМА

Локтионов А.В., д.т.н., проф., Рубик С.В., студ.

*Витебский государственный технологический университет,
г. Витебск, Республика Беларусь*

Реферат. Предложен аналитический метод расчета задних углов резца при поперечной и продольной подаче исполнительного механизма. Получены соотношения между его значениями в различных плоскостях с учетом угла установки резца на режущей головке исполнительного механизма.

Ключевые слова: исполнительный механизм, резец, подача, поперечная, продольная.

Расчет задних углов в процессе резания, выражающих реальную величину зазора между задней поверхностью инструмента и поверхностью резания, непосредственно связан с изучением перемещения инструмента и обрабатываемого объекта, основанном на понятиях о простом и составном движениях. Задний угол движения α_d измеряется между вектором относительной скорости резания и касательной к траектории сложного пространственного движения инструмента в заданной точке [1].

На чертежах резцов указываются геометрические параметры, полученные при заточке. При работе механизма приходится изменять положение режущего лезвия относительно обрабатываемого массива, а в зависимости от положения вершины резца изменяются направления вектора скорости и геометрические параметры резцов в состоянии движения, которыми определяется процесс резания и износ инструментов [5].

Определим α_d резца исполнительного механизма [2], участвующего в двух переносных движениях. Для упрощения расчета движение подачи разложим на две составляющие – продольное (вдоль оси исполнительного механизма) и поперечное. При поперечной подаче резец движется по траектории, представляющей собой удлиненную сферическую циклоиду, и происходит основное разрушение массива. С целью упрощения расчетов поперечное перемещение исполнительного механизма принимается в соответствующей кинематической схеме резания при фрезеровании, когда главное вращательное и вспомогательное движения происходят в одной плоскости, совпадающей с плоскостью вращения. Все точки могут перемещаться при этом по удлиненной циклоиде или трохоиде. Тогда $\alpha_d = \varphi - \beta$, где φ – угол качения; угол β определяется по величине направляющего косинуса [3].

Поперечное перемещение исполнительного механизма соответствует кинематической схеме резания при фрезеровании, когда главное вращательное и вспомогательное поступательное движения происходят в одной плоскости, совпадающей с плоскостью вращения [2, 3].

Определим угол движения α_d резца при поперечной подаче исполнительного механизма [2, 4]. Установлено, что при скорости поперечной подачи исполнительного механизма, равной 10 м/мин , $n = 53 \text{ мин}^{-1}$, диаметре головки по резцам $D = 396 \text{ мм}$, значение α_d изменяется от 0,2 до 8,440. Для расчета углов движения α_d резца с учетом угла его установки β на режущей головке исполнительного механизма необходимо знать соотношения между величинами задних углов (рис. 1). Установлено, что при поперечной подаче ($\beta_1 \approx 0$)

$$\operatorname{tg} \alpha_N = \operatorname{tg} \alpha_x \cos \beta, \quad \operatorname{tg} \alpha_{N_1} = \operatorname{tg} \alpha_{x_1} \sin \beta, \quad (1)$$

где α_N и α_{N_1} – искомые углы движения по задней и боковым граням резца; β – угол установки резца; α_x и α_{x_1} рассчитываются по формуле $\varphi - \beta$, где φ – угол качения, определяемый по величине направляющего косинуса [1]. Расчет по зависимостям (1) показывает, что при принятых выше расчетных данных и изменении угла β от 0 до 80...85° задний угол α_{N_1} по боковой грани возрастает до 8,3°, а α_N по задней грани уменьшается до 1,4°.

Определим угол движения α_d резца при продольной подаче S_0 режущей головки исполнительного механизма за один оборот [4]. В этом случае угол движения α_d равен углу подъема винтовой линии и определяется из равенства:

$$\alpha_d = \operatorname{arctg} (S_0 / \pi D). \quad (2)$$

Установлено (рис. 1), что при продольной подаче ($\beta_1 \approx 0$):

$$\operatorname{tg} \alpha_N = \operatorname{tg} \alpha_y \sin \beta, \quad \operatorname{tg} \alpha_{N_1} = \operatorname{tg} \alpha_{y_1} \cos \beta, \quad (3)$$

где α_y и α_{y_1} определяются по формуле (3). При этом, наоборот, с увеличением угла β задний угол по боковой грани уменьшается, а по задней грани возрастает.

При продольной подаче режущей головки со скоростью до 2,5 м/мин ($n = 53 \text{ об/мин}$, $D = 0,5 \text{ м}$) угол движения α_d не превышает 1°40' [2, 4]. Геометрические углы α_N радиальных резцов по задней грани равны 8...15°. Это значительно больше их расчетных значений.

При изменении угла φ от 0 до 900 и $S = 10 \text{ м/мин}$, $n = 53 \text{ мин}^{-1}$, диаметре головки по резцам $D = 396 \text{ мм}$ ($\rho = D/2$) [4] и $r = 30,07 \text{ мм}$ значение α_d изменяется от 0,2 до 8,440.

Расчет по зависимостям (3) показывает, что при принятых выше расчетных данных и

изменении угла β от 0 до 80...85° задний угол α_{N_1} по боковой грани возрастает до 8,3°, а α_N по задней грани уменьшается до 1,4°.

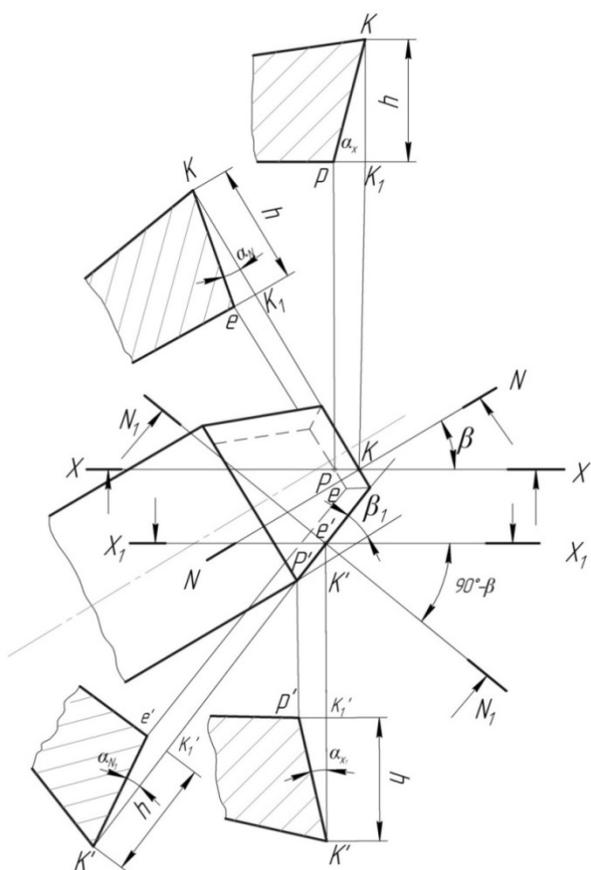


Рисунок 1 – Схема для расчета задних углов при поперечной подаче резца

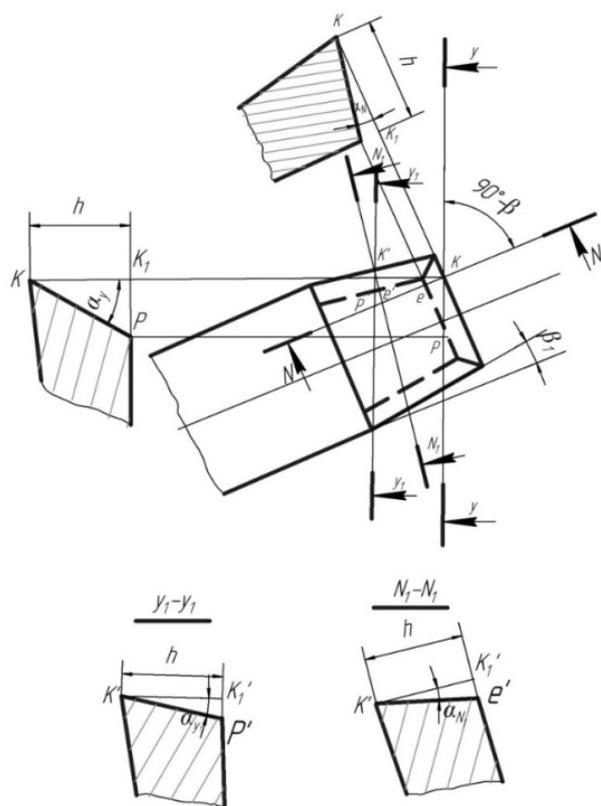


Рисунок 2 – Схема для расчета задних углов при продольной подаче резца

При продольной подаче, вдоль оси исполнительного механизма, каждая точка режущей кромки резца движется по винтовой линии с шагом, равным осевой подаче S_0' режущей головки за один оборот. В этом случае угол движения α_d' равен углу подъема винтовой линии и определяется из равенства

$$\alpha_d' = \arctg(S_0'/\pi D). \quad (4)$$

Как и при поперечной подаче, здесь следует учитывать угол гарантированного зазора и воспользоваться также аналогичной расчетной схемой для определения соотношений между величинами задних углов, измеряемых в различных плоскостях, при продольной подаче резца.

При продольной подаче режущих головок со скоростью до 2,5 м/мин ($n = 53$ об/мин, $D = 0,5$ м – диаметр головки по резцам) [4], угол движения α_d' не превышает 1°40'.

Геометрические углы α_N радиальных резцов по задней грани равны 8 ... 15°. Это значительно больше их расчетных значений. Поэтому расчет по формуле (4) необходим только при больших скоростях продольной подачи исполнительного механизма.

При продольной подаче исполнительного механизма формулы работы [4] для расчета кинематических углов φ и τ имеют вид $tg \tau = (V_n/r\omega_2) \sin \beta$, $tg \varphi = (V_n/r\omega_2) \cos \beta$.

Выражение $V_n/r\omega_2$ представляет формулу для расчета угла движения α_d' при продольной подаче исполнительного механизма, то есть $V_n/r\omega_2 = S_0'/\pi D = tg \alpha_d'$. Поэтому

кинематические углы φ и τ представляют те же углы движения α_d и α_d' , рассчитанные для боковой и задней граней реза [4].

Изложенная кинематика режущего инструмента исполнительного механизма может быть использована при разработке методологии расчета кинематических углов резцов в процессе резания и ориентации режущего инструмента относительно траектории его движения.

Список использованных источников

1. Грановский, Г. И. Кинематика резания / Г. И. Грановский. – Москва : Машгиз, 1947. – 200 с.
2. Локтионов, А. В. Результаты испытаний проходческого комбайна с продольно-осевыми режущими головками / А. В. Локтионов, Б. И. Яцков, В. Б. Богданов // Метро. – Москва, 1996. – № 4–5. – С. 34–36.
3. Корн, Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1973. – 832 с.
4. Локтионов, А. В. Расчет кинематических параметров при сферическом движении исполнительного механизма / А. В. Локтионов // Теоретическая и прикладная механика: междунар. науч.–техн. сборник. – Минск, 2016. – № 31. – С. 323–329.
5. Локтионов, А. В. Теория расчета кинематических параметров режущего инструмента пространственных исполнительных механизмов / А. В. Локтионов // Механика. Исследования и инновации: междунар. сб. науч. тр. – 2016. – Вып. 9. – С.85–91.

УДК 531.312.1

ОБЩЕЕ УРАВНЕНИЕ ДИНАМИКИ ПРИМЕНИТЕЛЬНО К РАСЧЕТУ МАЛЫХ КОЛЕБАНИЙ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО МАЯТНИКА

*Локтионов А.В., д.т.н., проф., Буткевич В.Г., к.т.н., доц.,
Беган В.В., студ., Векша И.А., студ.*

*Витебский государственный технологический университет,
г. Витебск, Республика Беларусь*

Реферат. В статье рассмотрен расчёт дифференциального уравнения движения малых колебаний эллиптического маятника методом Даламбера-Лагранжа. Получены дифференциальные уравнения движения маятника и ползуна. Общее уравнение динамики целесообразно использовать при расчете дифференциальных уравнений механической системы с двумя и более степенями свободы.

Ключевые слова: расчет, метод Даламбера-Лагранжа, дифференциальные уравнения, маятник, ползун.

Для расчёта дифференциальных уравнений движения ползуна и маятника, и закона движения ползуна (рис. 1) применим принцип Даламбера-Лагранжа [1–4].

К действующим силам \vec{P}_1 и \vec{P}_2 присоединим силы инерции ползуна А в поступательном движении и маятника В в сложном движении. Значение силы инерции ползуна А: $\Phi_1 = m_1 a_1 = \frac{P_1}{g} \ddot{x}$. Сила инерции маятника В: $\vec{\Phi}_B = -m_2 \vec{a}_B = -\frac{P_2}{g} (\vec{a}_e + \vec{a}_r^\tau + \vec{a}_r^n + \vec{a}_k)$.

Тогда значение переносной силы инерции:

$$\Phi_e = \frac{P_2}{g} a_e = \frac{P_2}{g} \ddot{x}.$$

Касательная составляющая силы инерции в относительном движении:

$$\Phi_r^\tau = m_2 a_r^\tau = \frac{P_2}{g} l \ddot{\varphi}.$$

Нормальная составляющая силы инерции маятника В в относительном движении:

$$\Phi_r^n = m_2 a_r^n = \frac{P_2}{g} l \dot{\varphi}^2.$$