координатных плоскостях на множители $\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}$. Будут получены удвоенные смешанные производные относительных удлинений.

Список использованных источников

1. Корн, Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров: определения, теоремы, фотмулы / Г. Корн и Т. Корн. – Москва: Физматгиз, 1970. – 720 с.
2. Федосеев, Г. Н. Механика материалов: курс лекций / Г. Н.Федосеев, В. Н. Сакевич. – Витебск: ВГТУ, 2012. – 181 с.
3. Безухов, Н. И. Основы теории упругости, пластичности и ползучести / Н. И. Безухов. – Москва: Высшая школа, 1968. – 512 с.

УДК 531.312.1

РАСЧЕТ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ИСПОЛНИТЕЛЬНОГО МЕХАНИЗМА В ДЕКАРТОВЫХ КООРДИНАТАХ

Локтионов А.В., д.т.н., проф., Векша И.А., студ.

Витебский государственный технологический университет,
г. Витебск, Республика Беларусь

Реферат. *Получены расчетные формулы и представлен пример расчета дифференциального уравнения движения робота-манипулятора, работающего в прямоугольной системе координат. Предложены аналитические зависимости для расчета скорости центра схвата робота, при координатном способе задания его движения. Получено дифференциальное уравнение движения центра схвата пространственного исполнительного механизма.*

Ключевые слова: кинематика, расчет, исполнительный механизм, дифференциальное уравнение, движение, декартовые координаты.

Расчет кинематических параметров трехзвенного робота манипулятора с тремя степенями подвижности при координатном способе задания движения.

Рассмотрим расчет кинематических параметров трехзвенного исполнительного механизма при координатном способе задания движения, представляющего собой незамкнутую кинематическую цепь. Поворотная платформа механизма может поворачиваться на угол φ. Звено со схватом (точка М) поворачивается на угол θ и выдвигается на расстояние r. Найдем скорость и ускорение центра схвата:

$$x = r\sin\theta\cos\varphi,\quad y = r\sin\theta\sin\varphi,\quad z = r\cos\theta.$$

Проекции скорости центра схвата на оси X, Y, Z имеют вид:

$$V_x = \dot{x} = \dot{r}\cdot\sin\theta\cdot\cos\varphi + r\cdot\dot{\theta}\cdot\cos\theta\cdot\cos\varphi - r\cdot\dot{\varphi}\cdot\sin\theta\cdot\sin\varphi,$$

$$V_y = \dot{y} = \dot{r}\cdot\sin\theta\cdot\sin\varphi + r\cdot\dot{\theta}\cdot\cos\theta\sin\varphi + r\cdot\dot{\varphi}\cdot\sin\theta\cdot\cos\varphi,$$

$$V_z = \dot{z} = \dot{r}\cdot\cos\theta - r\cdot\dot{\theta}\cdot\sin\theta.$$

Модуль скорости центра схвата: $V = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2} = \sqrt{\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2 + r^2\sin^2\theta\cdot\dot{\varphi}^2}$.

Проекции ускорения центра схвата на декартовы оси координат вычисляются как производные по времени от проекций скорости:

$$a_x = \ddot{x} = \ddot{r}\cdot\sin\theta\cdot\cos\varphi + 2\dot{r}\cdot\dot{\theta}\cdot\cos\theta\cdot\cos\varphi - 2\dot{r}\cdot\dot{\varphi}\cdot\sin\theta\cdot\sin\varphi - r\cdot\dot{\theta}^2\cdot\sin\theta\cos\varphi +$$
$$+ r\cdot\ddot{\theta}\cdot\cos\theta\cdot\cos\varphi - 2r\cdot\dot{\theta}\cdot\dot{\varphi}\cdot\cos\theta\cdot\sin\varphi - r\cdot\dot{\varphi}^2\cdot\sin\theta\cdot\cos\varphi - r\cdot\ddot{\varphi}\cdot\sin\theta\cdot\sin\varphi,$$
$$a_y = \ddot{y} = \ddot{r}\cdot\sin\theta\cdot\sin\varphi + 2\dot{r}\cdot\dot{\theta}\cdot\cos\theta\cdot\sin\varphi + 2\dot{r}\cdot\dot{\varphi}\cdot\sin\theta\cdot\cos\varphi - r\cdot\dot{\theta}^2\cdot\sin\theta\cdot\sin\varphi +$$
$$+ r\cdot\ddot{\theta}\cdot\cos\theta\cdot\sin\varphi + 2r\cdot\dot{\theta}\cdot\dot{\varphi}\cdot\cos\theta\cdot\cos\varphi - r\cdot\dot{\varphi}^2\cdot\sin\theta\cdot\sin\varphi - r\cdot\ddot{\varphi}\cdot\sin\theta\cdot\cos\varphi,$$
$$a_z = \ddot{z} = \ddot{r}\cdot\cos\theta - 2\dot{r}\cdot\dot{\theta}\cdot\sin\theta - r\cdot\dot{\theta}^2\cdot\sin\theta - r\cdot\ddot{\theta}\cdot\sin\theta.$$

Модуль ускорения центра схвата:

$$a=\sqrt{\ddot{x}^2+\ddot{y}^2+\ddot{z}^2}=[\left(\ddot{r}-r\cdot\dot{\theta}^2-r^2\cdot\dot{\varphi}^2\cdot\sin^2\theta\right)^2+\left(r\cdot\ddot{\theta}+2\dot{r}\cdot\dot{\theta}-r\cdot\dot{\varphi}^2\cdot\sin\theta\cdot\cos\theta\right)^2+$$

$$+\left(r\cdot\ddot{\varphi}\cdot\sin\theta+2\dot{r}\cdot\dot{\varphi}\cdot\sin\theta+2r\cdot\dot{\varphi}\cdot\dot{\theta}\cdot\cos\theta\right)^2]^{1/2}.$$

Следовательно, для исполнительных механизмов с тремя степенями подвижности можно использовать координатный способ задания центра-схвата исполнительного механизма.

Расчет дифференциального уравнения движения робота-манипулятора в прямоугольной системе координат.

По рисунку 1 механизм робота-манипулятора состоит из колонны для вертикального перемещения, устройства для горизонтального перемещения, состоящего из звеньев 1 и 2, и выдвигающейся горизонтальной руки со схватом 3. Массы звеньев механизма m_1, m_2, m_3. Движущие силы, создаваемые приводами в поступательных парах, равны соответственно F_{01}, F_{12} и F_{23}. Составим дифференциальные уравнения движения механизма. Трением пренебрегаем.

Механизм робота-манипулятора имеет три степени свободы. За обобщенные координаты примем горизонтальное перемещение X выдвигающейся руки со схватом 3, горизонтальное перемещение Y звена 2 и вертикальное перемещение Z звена 1.

Для определения дифференциального уравнения движения механизма составим уравнения Лагранжа второго рода:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial\dot{x}}\right)-\frac{\partial T}{\partial x}&=Q_x,\\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial\dot{y}}\right)-\frac{\partial T}{\partial y}&=Q_y,\\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial\dot{z}}\right)-\frac{\partial T}{\partial z}&=Q_{z.}\end{aligned}\qquad(1)$$

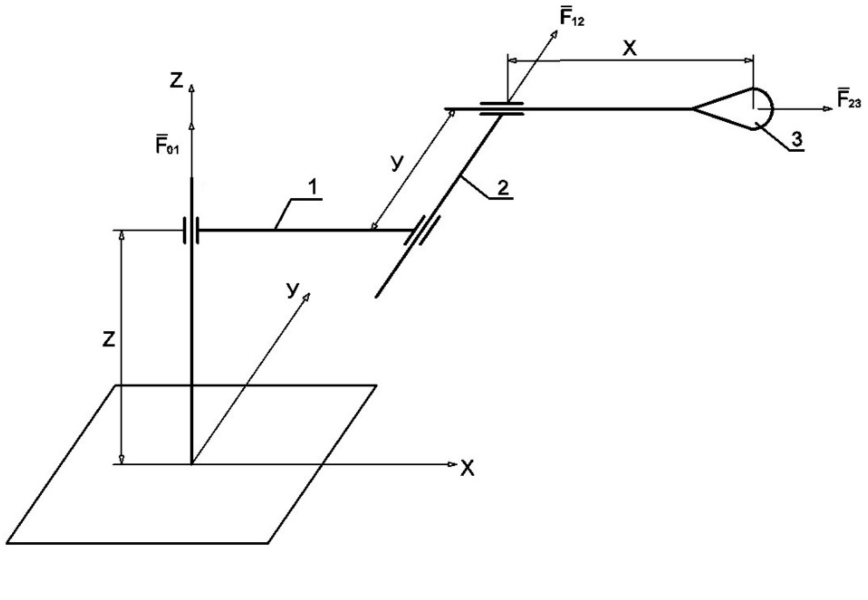

Рисунок 1 – Расчетная схема робота-манипулятора в прямоугольной системе координат

Кинетическая энергия системы будет равна сумме кинетических энергий звеньев робота-манипулятора : $T=T_1+T_2+T_3$, где $T_1 = \frac{m_1 \dot{z}^2}{2}$, $T_2 = \frac{m_2}{2}\left(\dot{z}^2 + \dot{y}^2\right)$, $T_3 = \frac{m_3}{2}\left(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2\right)$.

Тогда

$$T = \frac{1}{2}\left[m_3 \dot{x}^2 + \left(m_2 + m_3\right)\dot{y}^2 + \left(m_1 + m_2 + m_3\right)\dot{z}^2\right]. \tag{2}$$

Частные производные от кинетической энергии T по обобщенным скоростям $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ будут равны:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} = m_3 \dot{x}; \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{y}} = \left(m_2 + m_3\right)\dot{y}; \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{z}} = \left(m_1 + m_2 + m_3\right)\dot{z}.$$

Частные производные от кинетической энергии по обобщенным координатам равны нулю, так как значение кинетической энергии не зависит от обобщенных координат, т. е.

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial z} = 0.$$

Сообщив механизму последовательно независимые обобщенные возможные перемещения $\delta x, \delta y, \delta z$, найдем значения обобщенных сил:

$$Q_x = F_{23}, \quad Q_y = F_{12}, \quad Q_z = F_{01} - \left(m_1 + m_2 + m_3\right)g.$$

Дифференциальные уравнения движения данного механизма имеют вид:

$$m_3 \ddot{x} = F_{23}, \quad \left(m_2 + m_3\right)\ddot{y} = F_{12}, \quad \left(m_1 + m_2 + m_3\right)\ddot{z} = F_{01} - \left(m_1 + m_2 + m_3\right)g. \tag{3}$$

Интегрируя дважды эти уравнения, получим:

$$x = \frac{F_{23}}{2m_3}t^2 + c_1 t + c_2, \quad y = \frac{F_{12}}{2\left(m_2 + m_3\right)}t^2 + c_3 t + c_4, \quad z = \left(\frac{F_{01}}{m_1 + m_2 + m_3} - g\right)\frac{t^2}{2} + c_5 t + c_6.$$

Задавая начальные условия, можно определить значения постоянных интегрирования $c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6$.

Выводы.

Получены расчетные формулы и представлен пример расчета для определения кинематических характеристик пространственного исполнительного механизма в декартовых координатах. Представлены расчетные формулы для составления дифференциального уравнения движения робота-манипулятора, работающего в прямоугольной системе координат. Получено дифференциальное уравнение движения центра схвата робота пространственного исполнительного механизма.

УДК 531.312.1

РАСЧЕТ ЗАДНИХ УГЛОВ РЕЗЦА ИСПОЛНИТЕЛЬНОГО МЕХАНИЗМА

Локтионов А.В., д.т.н., проф., Рубик С.В., студ.

Витебский государственный технологический университет,
г. Витебск, Республика Беларусь

Реферат. *Предложен аналитический метод расчета задних углов резца при поперечной и продольной подаче исполнительного механизма. Получены соотношения между его значениями в различных плоскостях с учетом угла установки резца на режущей головке исполнительного механизма.*

Ключевые слова: исполнительный механизм, резец, подача, поперечная, продольная.

Расчет задних углов в процессе резания, выражающих реальную величину зазора между задней поверхностью инструмента и поверхностью резания, непосредственно связан с изучением перемещения инструмента и обрабатываемого объекта, основанном на понятиях о простом и составном движениях. Задний угол движения α_d измеряется между вектором относительной скорости резания и касательной к траектории сложного пространственного движения инструмента в заданной точке [1].