

3. Яромко В.Н. Реабилитация дорожных покрытий. – Минск, 2002. – 106 с.
4. Армирование асфальтобетона // Буклет фирмы «Hüesker», Gescher, 2001.
5. Салль А.О. Оценка температурной трещиностойкости асфальтобетонных покрытий // Автомобильные дороги. - М. 1988. - №2. – С. 11-12.
6. Перков Ю.Р., Фомин А.П. «Применение трещинопрерывающих прослоек из геотекстильных материалов при усилении дорожной одежды» - Сб. научн. тр./ГП РОСДОРНИИ, вып.8, М.-1996.- С. 109-117.
7. Рекомендации по расчету и технологии устройства конструкций усиления дорожных одежд нежесткого типа, снижающих образование отраженных трещин // Корюков В.П., Смыковский А.И. и др. – Минск, БелдорНИИ, 2004. – 28 с.
8. Кураго П. А. Применение стеклосетки во Владимирской области // Сб. науч. тр./ СоюздорНИИ. – М. 2001. - С.136-138.
9. Радовский Б.С., Мозговой В.В. Температурные напряжения в асфальтобетонном покрытии, лежащем на основании с трещинами либо швами // Повышение долговечности дорожных конструкций / Труды СоюздорНИИ, М.-1986. - С. 29- 46.

SUMMARY

Well-known methods of calculation of roads constructions don't take into account the influence of arming elements.

The main parameter of suitability of geonets is ability for increase the durability of road surfacing because of its arming.

We offer a methodic of calculation of roads constructions with according their temperature of steadiness, were are used parameters of capacity for work of geonets.

УДК 620.10 (07)

УРАВНЕНИЕ ПЯТИ МОМЕНТОВ

*А.А. Калинин, Д.А. Глинский,
Д.А. Гогорев, О.В. Янушонок*

В первой части курса "Сопротивление материалов" изучаются статически неопределимые шарнирно-стержневые системы, работающие на растяжение-сжатие. В некоторых конструкциях стержни шарнирно соединены с балкой. Соотношение деформаций таких стержней устанавливаются при условии абсолютной жесткости балки.

При исследовании изгиба статически неопределимых рам, или многопролетных неразрезных балок методом сил предполагается, что опоры конструкции являются неподатливыми. На практике представляет интерес неразрезная многопролетная балка, опирающаяся на упругие шарнирные опоры.

Предлагается типовой расчет такой балки с пролетами равной длины, нагруженной произвольной нагрузкой, в том числе и сосредоточенными силами, приложенными к сечениям балки над опорами (рис. 1).

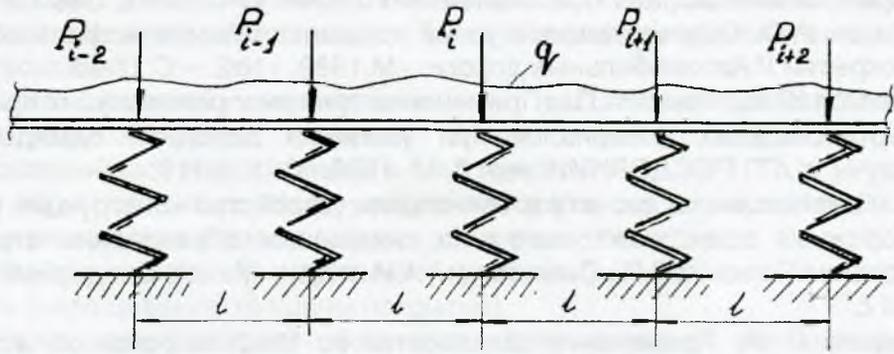


Рисунок 1 – Заданная балка

Упругие опоры схематически представлены пружинами жесткости

$$C = \frac{R}{\lambda}. \quad (1)$$

Здесь R и λ – реакция и осадка пружины.

Основную систему построим, врезав шарниры над опорами. К сечениям, примыкающим к врезанным шарнирам, приложим пары, моменты которые равны изгибающим моментам в сечениях неразрезной балки и подлежащие определению как "лишние неизвестные". Построенная таким образом эквивалентная система изображена на рисунке 2.

Непрерывность касательной к продольной оси балки над i -ой опорой обеспечивается выполнением условия

$$\theta_i^I + \theta_i^{II} = 0. \quad (2)$$

В этом равенстве θ_i^I – угол взаимного поворота сечений, примыкающих к i -ому шарниру, вызванный деформацией опор при абсолютно жестких балках; θ_i^{II} – угол взаимного поворота тех же сечений, за счет деформации балок. Угол θ_i^I выражается через смещение i -го шарнира и двух соседних (рис. 3).

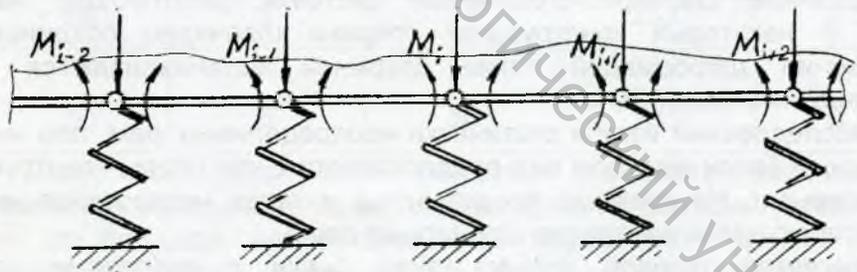


Рисунок 2 – Эквивалентная система

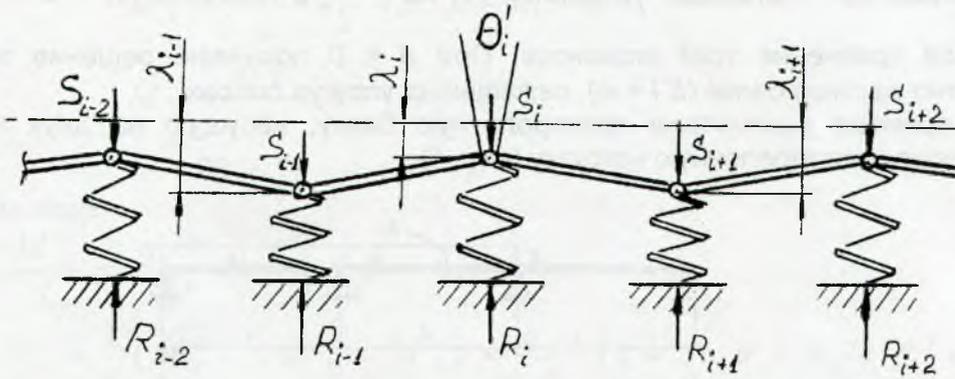


Рисунок 3 – Перемещения абсолютно жёстких балок

$$\theta_i' = \frac{\lambda_{i-1} - \lambda_i}{l} + \frac{\lambda_{i+1} - \lambda_i}{l} = \frac{1}{l} (\lambda_{i-1} - 2\lambda_i + \lambda_{i+1}). \quad (3)$$

Смещение k -ой опоры зависит от давления на нее балок эквивалентной системы и равно:

$$\lambda_k = \frac{R_k}{C} = \frac{1}{C} \left[S_k + \frac{1}{l} (M_{k-1} - 2M_k + M_{k+1}) \right]. \quad (4)$$

В формуле (4) S_k – реакция k -ой опоры, которая находится без учета моментов M_{k-1} , M_k и M_{k+1} , но учитывающая сосредоточенную силу P_k (если таковая есть). После подстановки выражений (4) в формулу (3) получим:

$$\theta_i' = \frac{1}{C \cdot l} (S_{i-1} - 2S_i + S_{i+1}) + \frac{1}{C \cdot l^2} (M_{i-2} - 4M_{i-1} + 6M_i - 4M_{i+1} + M_{i+2}). \quad (5)$$

Обратимся к деформации пролетов. Угол θ_i^{II} представляется двумя слагаемыми:

$$\theta_i^{II} = \frac{l}{6 \cdot E \cdot I} (M_{i-1} + 4M_i + M_{i+1}) + \theta_i'. \quad (6)$$

Первое слагаемое учитывает деформацию балок приложенными моментами, второе слагаемое есть угол взаимного поворота сечений эквивалентной системы, вызванный заданной нагрузкой на пролеты.

Условие непрерывности касательной (2) с учетом выражений (5) и (6) приводит к уравнению, аналогичному известному уравнению трех моментов:

$$\begin{aligned} M_{i-2} + (\beta - 4) \cdot M_{i-1} + (4\beta + 6) \cdot M_i + \\ + (\beta - 4) \cdot M_{i+1} + M_{i+2} = \\ = -l \cdot (S_{i-1} - 2S_i + S_{i+1}) - C \cdot l^2 \cdot \theta_i'. \end{aligned} \quad (7)$$

В уравнении (7) $\beta = C \cdot \frac{l^3}{6 \cdot E \cdot I}$.

Заметим, что $\frac{6 \cdot E \cdot I}{l^3}$ есть жесткость двухопорной балки длиной $2 \cdot l$, приведенная к ее среднему сечению.

Разделив все слагаемые уравнения (7) на $\frac{\beta}{l}$ и положив $C = \infty$, получим известное уравнение трех моментов. При $\beta = 0$ получаем решение задачи о абсолютно жесткой балке ($E \cdot I = \infty$), лежащей на упругих опорах.

Для примера рассмотрим трехпролетную балку, несущую на двух пролетах равномерно распределенную нагрузку (рис. 4).

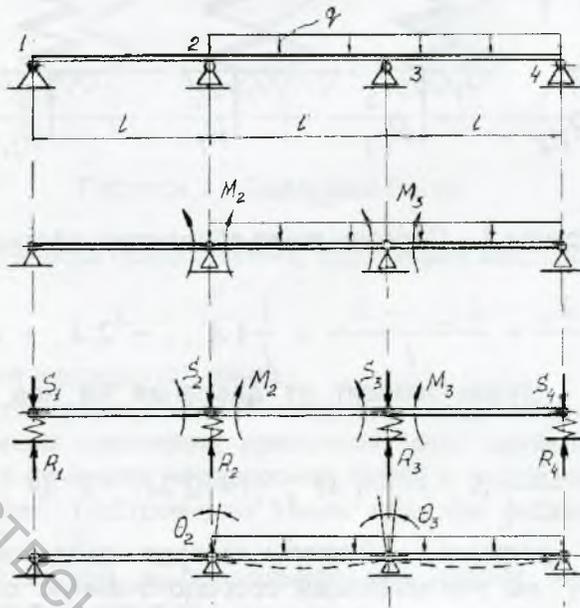


Рисунок 4 – Пример

Под балкой изображены эквивалентная система и две схемы, на которых показаны силы S_k и углы θ_k .

Исходные данные:

$$\begin{aligned} S_1 &= 0; S_2 = S_4 = 0,5 \cdot q \cdot l; S_3 = q \cdot l; \\ M_1 &= M_4 = 0; \\ E \cdot I \cdot \theta_2 &= \frac{1}{24} \cdot q \cdot l^3; E \cdot I \cdot \theta_3 = \frac{1}{12} \cdot q \cdot l^3. \end{aligned} \quad (8)$$

Составление уравнений:

1) $i = 2$ (опора 2)

$$\begin{aligned} (\beta - 4)M_1 + (4\beta + 6)M_2 + (\beta - 4)M_3 + M_4 &= \\ &= -l \cdot (S_1 - 2S_2 + S_3) - C \cdot l^2 \cdot \theta_2. \end{aligned} \quad (9)$$

2) $i = 3$ (опора 3)

$$\begin{aligned} M_1 + (\beta - 4)M_2 + (4\beta + 6)M_3 + (\beta - 4)M_4 &= \\ &= -l \cdot (S_2 - 2S_3 + S_4) - C \cdot l^2 \cdot \theta_3. \end{aligned} \quad (10)$$

После подстановки исходных величин (8) в уравнения (9) и (10) получаем систему уравнений

$$\begin{aligned} (4\beta + 6)M_2 + (\beta - 4)M_3 &= -0,25 \cdot q \cdot l^2 \cdot \beta; \\ (\beta - 4)M_2 + (4\beta + 6)M_3 &= (1 - 0,5 \cdot \beta) \cdot q \cdot l^2. \end{aligned} \quad (11)$$

Решение системы (11):

$$M_2 = \frac{q \cdot l^2}{\Delta} (4 - 4,5 \cdot \beta - 0,5 \cdot \beta^2);$$

$$M_3 = \frac{q \cdot l^2}{\Delta} (6 - 1,75 \cdot \beta^2);$$

$$\Delta = 20 + 56 \cdot \beta + 15 \cdot \beta^2.$$

Реакции опор:

$$R_1 = \frac{M_2}{l} = \frac{q \cdot l}{\Delta} (4 - 4,5 \beta - 0,5 \beta^2);$$

$$R_2 = S_2 + \frac{1}{l} (M_1 - 2M_2 + M_3) = \frac{q \cdot l}{\Delta} (8 + 37 \beta + 6,75 \beta^2);$$

$$R_3 = S_3 + \frac{1}{l} (M_2 - 2M_3 + M_4) = \frac{q \cdot l}{\Delta} (12 + 51,5 \beta + 18 \beta^2);$$

$$R_4 = S_4 + \frac{1}{l} (M_3 - M_4) = \frac{q \cdot l}{\Delta} (16 + 28 \beta + 5,75 \beta^2).$$

На рисунке 5 приведена эпюра изгибающего момента в случае $\beta = 1$. Здесь же для сравнения штриховыми линиями изображена эпюра изгибающего момента в случае абсолютно жестких шарнирных опор.

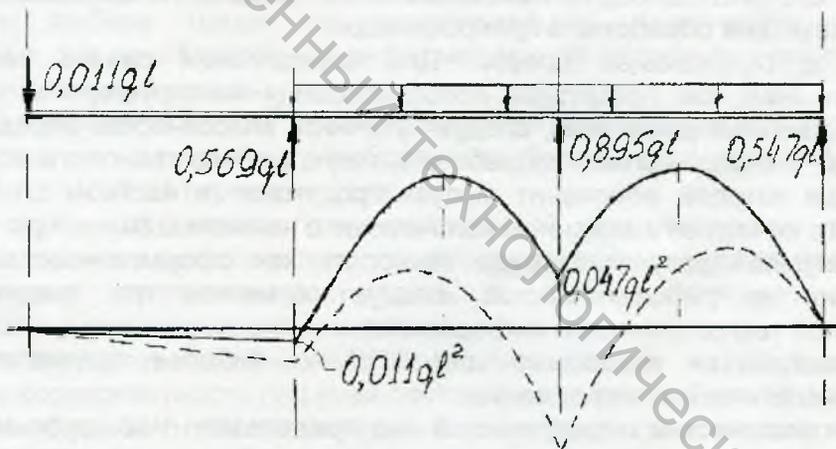


Рисунок 5 – Решение задачи при $\beta = 1$

SUMMARY

The policy of calculation the multiple-arcy beam that leaning on the leaning on the elastic hinged piers is suggested. An equation is obtained similar to the well-known "three-moment equation" and contains moments of deflection in the section above the piers taking into account the piers, rigidity. As an example the problem is solved about the curve of the multiple-arch beam loaded with equally dispersed load. Equations and the distribution diagram of the momets of deflection are drawn.