ЗАДАЧА О ДЕФОРМИРОВАНИИ ТОЛСТОСТЕННОЙ ТРУБЫ В РЕЖИМАХ УПРАВЛЯЕМОЙ СВЕРХПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ

Коджаспиров Г.Е., Китаева Д.А.
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Санкт-Петербург, Россия, kodjaspirov@mail.ru, dkitaeva@mail.ru

Введение

К одним из наиболее перспективных технологических операций, направленных на совершенствование современного производства и представляющих определенный интерес для развития теории обработки металлов давлением, относятся процессы изотермического объемного формоизменения материала в режимах сверхпластичности. Последние позволяют значительно повысить пластические свойства материала и снизить усилия деформирования при достижении больших степеней деформации.

Известны два принципиальных метода для обеспечения условий реализации эффекта сверхпластичности. Первый из них заключается в предварительной подготовке мелкозернистой структуры в сплавах, предназначенных для сверхпластической деформации (структурная сверхпластичность). Другой метод, называемый «динамической сверхпластичностью», состоит в совмещении процессов деформации и различной природы фазовых превращений. При этом исходная структура обрабатываемого материала не имеет существенного значения [1]. Целью таких процессов, как и вообще операций горячего формоизменения, можно считать получение полуфабрикатов с требуемыми формой, размерами и свойствами. Технологические задачи при этом относятся к физически и геометрически нелинейным [2]. Можно утверждать, что в теоретическом отношении приходится иметь дело с нестационарными задачами механики, исследуемыми в двух и трехмерной постановке со сложными меняющимися граничными условиями.

Постановка задачи

Цилиндрическая труба длиной $\bar{l}$ растягивается осевой силой $\bar{F}$ и подвергается наружному давлению интенсивностью $\bar{q}$ с заданной скоростью радиального перемещения $\bar{V}_0$ (Рис. 1). R – наружный радиус трубы, R_0 – внутренний радиус трубы, r – текущий радиус.

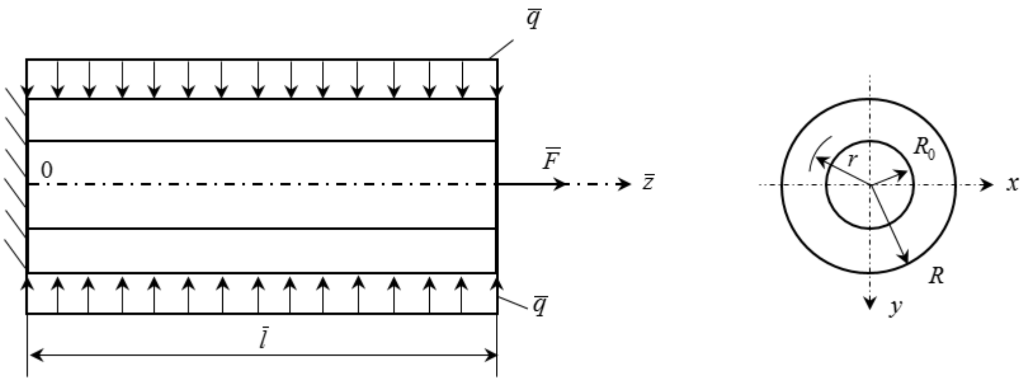

Рисунок 1 - Схема нагружения трубы

Геометрические параметры отнесем к наружному радиусу трубы (рис. 1):

$$\rho = \frac{r}{R};\ l = \frac{\bar{l}}{R};\ \rho\big|_R = 1;\ \rho\big|_{R_0} = \rho_0;\ z = \frac{\bar{z}}{R}. \qquad (1)$$

Введя цилиндрическую систему координат $\rho\alpha z$, рассмотрим задачу определения силовых и кинематических параметров процесса формоизменения.

Предполагается, что скорость горизонтального перемещения V_z линейно зависит от координаты и определяется выражением [3]:

$$V_z = b\left[z - \psi\left(\rho\right)\right] \tag{2}$$

где b – постоянная величина, $\psi\left(\rho\right)$ – неизвестная функция, подлежащая определению.

Математическая формулировка задачи включает:

– дифференциальные уравнения равновесия

$$\frac{\partial\sigma_\rho}{\partial\rho} + \frac{\partial\tau_{\rho z}}{\partial z} + \frac{\sigma_\rho - \sigma_\alpha}{\rho} = 0; \frac{\partial\tau_{\rho z}}{\partial\rho} + \frac{\partial\sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{\rho z}}{\rho} = 0; \tag{3}$$

– кинематические соотношения, устанавливающие связь между скоростями деформаций и перемещений

$$\dot{\varepsilon}_\rho = \frac{\partial V_\rho}{\partial\rho}; \dot{\varepsilon}_\alpha = \frac{V_\rho}{\rho}; \dot{\varepsilon}_z = \frac{\partial V_z}{\partial z}; \dot{\gamma}_{\rho z} = \frac{\partial V_z}{\partial\rho} + \frac{\partial V_\rho}{\partial z}; \tag{4}$$

– условие несжимаемости в скоростях

$$\dot{\varepsilon}_\rho + \dot{\varepsilon}_\alpha + \dot{\varepsilon}_z = \frac{\partial V_\rho}{\partial\rho} + \frac{V_\rho}{\rho} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0; \tag{5}$$

– определяющие соотношения в форме уравнений теории упругопластических процессов малой кривизны

$$\sigma_\rho - \sigma_0 = \frac{2}{3}\frac{\sigma_u}{\dot{\varepsilon}_u}\dot{\varepsilon}_\rho; \sigma_\alpha - \sigma_0 = \frac{2}{3}\frac{\sigma_u}{\dot{\varepsilon}_u}\dot{\varepsilon}_\alpha; \sigma_z - \sigma_0 = \frac{2}{3}\frac{\sigma_u}{\dot{\varepsilon}_u}\dot{\varepsilon}_z; \tau_{\rho z} = \frac{\sigma_u}{3\dot{\varepsilon}_u}\dot{\gamma}_{\rho z}; \tag{6}$$

– уравнение связи между интенсивностью напряжений σ_u и скоростей деформации $\dot{\varepsilon}_u$ [4]

$$\sigma_u = 1 - m_0 - \beta + (3m_0 + \beta)\dot{\varepsilon}_u - 3m_0\dot{\varepsilon}_u^{\,2} + m_0\dot{\varepsilon}_u^{\,3}. \tag{7}$$

Здесь $\sigma_{ij}, \dot{\varepsilon}_{ij}$ – соответственно компоненты тензоров напряжений и скоростей деформаций; v_i – составляющие вектора скоростей перемещений; σ_0 – среднее напряжение; m_0 – постоянная материала; β – управляющий параметр, зависящий от температуры (при сверхпластичности β<0).

Все величины, входящие в (1)-(7) приняты безразмерными. Напряжения и скорости деформации считаются поделенными соответственно на альтернативные внутренние параметры состояния $\sigma^*, \dot{\varepsilon}^*$ [4], а скорости перемещения на $R\dot{\varepsilon}^*$. Кроме этого, внешние силовые факторы определяются так:

$$q = \frac{\bar{q}}{\sigma^*}; F = \frac{\bar{F}}{A\sigma^*}, \tag{8}$$

где A = площадь сечения трубы.

Граничные условия сформулированы в процессе решения задачи.

Определение разрешающей функции $\psi\left(\rho\right)$

Рассмотрим условие несжимаемости (5), которое с учетом (2) запишется в виде:

$$\frac{dV_\rho}{d\rho} + \frac{V_\rho}{\rho} + b = 0, \tag{9}$$

Решение полученного линейного неоднородного уравнения первого порядка с учетом граничного условия $V_\rho\big|_{\rho=1} = -V_0$:

$$V_\rho = \frac{b}{2\rho}(C - \rho^2), \tag{10}$$

где постоянная *C*:

$$C = 1 - \frac{2V_0}{b}. \tag{11}$$

При известных скоростях осевого (2) и радиального (10) перемещений компоненты скоростей деформаций будут равны:

$$\dot{\varepsilon}_\rho = -\frac{b}{2\rho^2}(C+\rho^2);\quad \dot{\varepsilon}_\alpha = \frac{b}{2\rho^2}(C-\rho^2);\quad \dot{\varepsilon}_z = -b;\quad \dot{\gamma}_{\rho z} = -b\psi'(\rho). \tag{12}$$

В ходе проведенного решения для компонент напряжений получены выражения:

$$\sigma_\rho - \sigma_0 = -\frac{1}{3}bT(\rho)\left(1+\frac{C}{\rho^2}\right); \tag{13}$$

$$\sigma_\alpha - \sigma_0 = -\frac{1}{3}bT(\rho)\left(1-\frac{C}{\rho^2}\right); \tag{14}$$

$$\sigma_z - \sigma_0 = -\frac{2}{3}bT(\rho); \tag{15}$$

$$\tau_{\rho z} = -\frac{1}{3}bT(\rho)\psi'(\rho); \tag{16}$$

$$\sigma_0 = \frac{1}{3}b\left\{T'(\rho)\psi'(\rho)+T(\rho)\left[\psi''(\rho)+\frac{\psi''(\rho)}{\rho}\right]\right\}z+F-\frac{2}{3}bT(\rho). \tag{17}$$

Для разрешающей функции $\psi(\rho)$, входящей в (12)-(17), получена формула:

$$\psi(\rho) = \frac{C_1}{2}\rho^2 + C_2\ln\rho + C_3. \tag{18}$$

Таким образом, составляющие напряжений, скоростей деформации и перемещений могут быть установлены после определения пяти постоянных: C, C_1, C_2, C_3, b.

Заключение

Предложена постановка краевой задачи о нагружении в термическом диапазоне сверхпластичности толстостенной трубы наружным давлением и растягивающей силой. Задача решается в рамках теории упругопластических процессов малой кривизны с использованием уравнения состояния нелинейного типа, пригодного не только для интервалов сверхпластичности, но и для пограничных областей термопластичности и высокотемпературной ползучести. Установлены поля напряжений и скоростей деформаций.

Задача является базовой для возможной разработки теорий технологических процессов типа обжатия и раздачи труб, волочения и автофретирования в режимах сверхпластичности.

Список литературы

1. Kitaeva D.A., Rudskoy A.I., Kodzhaspirov G.E., Rudaev Y.I. On dynamic superplasticity of aluminum alloys with initial varying grain size structure // Defect and Diffusion Forum. 2018. V. 385 DDF. P. 78-83.

2. Рудаев Я.И., Китаева Д.А., Коджаспиров Г.Е. Сверхпластичность в процессах объемного формообразования // XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (20-24 августа 2015 г., Казань). Казань: Изд-во Казанского университета, 2015. С. 3252–3254.

3. Овчинников А.Г. Основы теории штамповки выдавливанием на прессах. – М.: Машиностроение. 1983. – 200 с.

4. Рудаев Я.И., Китаева Д.А. О кинетических уравнениях модели динамической сверхпластичности // Вестник Самарского университета. Естественнонаучная серия. 2005. № 3 (37). С. 72-78.