

ДЕМПФИРОВАНИЕ ПОПЕРЕЧНЫХ И ПРОДОЛЬНЫХ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ В БАЛКЕ ИЗ СПФ: МОДЕЛИРОВАНИЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРОСТОЙ ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Лапина Т.А.¹, Helbert G.², Евард М.Е.¹, Волков А.Е.¹, Arbab Chirani S.²

¹Санкт-Петербургский Государственный Университет, г. Санкт-Петербург, Россия

²UEB, ENIB, IRDL, Technopole Brest-Iroise, Brest, France
E-mail: tatia.lapina@gmail.com

Сплавы с памятью формы (СПФ) относятся к классу функциональных материалов, обладающих интересными свойствами, такими как эффект памяти формы, псевдоупругость и значительная способность к диссипации энергии колебаний. Благодаря способности СПФ рассеивать энергию за счет полиморфных фазовых превращений, эти материалы находят широкое применение на практике [1] как виброизолирующие устройства, приводы, устройства для защиты зданий при землетрясениях. Однако, из-за сложного поведения материала, процесс разработки приложений для таких материалов требует построения точных численных моделей. В настоящей работе проведено численное моделирование поперечных и продольных колебаний балки из СПФ методом конечных элементов с использованием термомеханических балочных элементов с несколькими волокнами (на основе модели Эйлера-Бернулли).

Для описания псевдоупругого поведения материала выбрана модель Лихачева [2]. Предполагается, что полная макроскопическая деформация ε складывается из упругой ε^e и фазовой ε^{tr} деформаций: $\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^{tr} = E^{-1}\sigma + \varepsilon^{tr}$, где E – модуль Юнга. Для вычисления фазовой деформации элементарный объем разбивается на N «вариантов», каждый из которых характеризуется ориентацией, которая определяется углом θ_n (рис. 1).

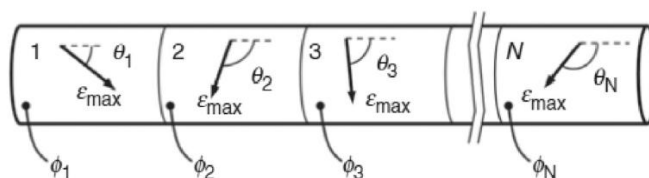


Рисунок 1 - Схематическое представление балки из СПФ разбитой на N «вариантов»

Фазовая деформация для данного «варианта» ε_n^{tr} вычисляется как произведение максимальной возможной фазовой деформации ε_{max} и соответствующей объемной доли мартенсита для данного варианта ϕ_n : $\varepsilon_n^{tr} = \varepsilon_{max} \phi_n$. Макроскопическая фазовая деформация вычисляется усреднением фазовой деформации в каждом «варианте» с учетом его ориентации: $\varepsilon^{tr} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \varepsilon_{max} \phi_n \cos(\theta_n)$. Макроскопическая объемная доля мартенсита, аналогично, вычисляется усреднением по всем ϕ_n : $\phi_M = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \phi_n$. Эффективная температура в каждом «варианте» в соответствии с соотношением Каузиуса-Клапейрона: $T_n^* = T - \frac{\cos(\theta_n)\sigma}{\beta}$, где T – это температура балки, β – параметр, определяющий начало мартенситного превращения в зависимости от прикладываемого напряжения. Для одинаковой нагрузки, определяемой температурой и напряжением, каждый «вариант» будет иметь разные эффективные температуры из-за различной ориентации.

Модели материалов, контролируемые напряжениями, не совместимы со многими конечно-элементными программами, для которых требуется контроль деформации или смещения. Для того, чтобы адаптировать модель Лихачева к модели, контролируемой деформацией, и реализовать ее в конечно-элементной программе, сделаны некоторые изменения. Вместо кинетического правила, связывающего объемную долю мартенсита и эффективную температуру в каждом «варианте», протекание прямого и обратного мартенситных превращений определяются двумя различными поверхностями

текучести. Следующие функции взяты в качестве критерия превращения для каждого «варианта» n для прямого и обратного превращений соответственно: $f_1(n) = M_s - T_n^* - \phi_n(M_s - M_f) \leq 0$, $f_2(n) = -A_f - T_n^* - \phi_n(A_f - A_s) \leq 0$.

Для моделирования колебаний балки в качестве элемента конечно-элементной модели взят балочный элемент Бернулли-Эйлера с двумя узлами и шестью степенями свободы (u_i - перемещение вдоль оси x , v_i - перемещение вдоль оси y , θ_i - угол поворота, $i = 1, 2$ – номер узла). Решение задачи колебаний балки происходит в три шага: предварительное натяжение, локальное отклонение и свободные колебания [3].

Задачи решались со следующими материальными константами: $M_s=227$ K, $M_f=224$ K, $A_s=262$ K, $A_f=265$ K, $E=50$ ГПа, отсчетная температура 298 K, $\beta = 6,3 \frac{MPa}{K}$, $\rho = 6450$ кг/м³, $\varepsilon_{max} = 0,049$, длина балки 0,1 м, диаметр балки 2,46 мм, количество элементов: 12, количество слоев: 10, количество вариантов: 1. Считали, что ось координат x направлена вдоль балки, продольные перемещения равны U_x , а поперечные смещения U_y направлены вдоль оси y .

Рассматривалась задача о продольных колебаниях со следующими краевыми и граничными условиями:

- заделка на левом краю: $U_x = 0, U_y = 0, \theta = 0$
- поперечное перемещение и продольная сила на правом краю соответственно: $U_y = 0, N = F_x$.

На рис. 2 приведена диаграмма деформирования при продольных колебаниях балки в псевдоупругом состоянии. Рис. 3 иллюстрирует продольное смещение узлов балки (разные линии соответствуют разным узлам).

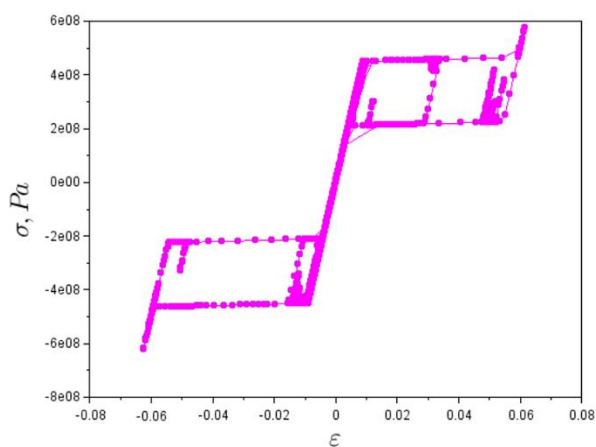


Рисунок 2 - Диаграмма деформирования при продольных колебаниях балки.

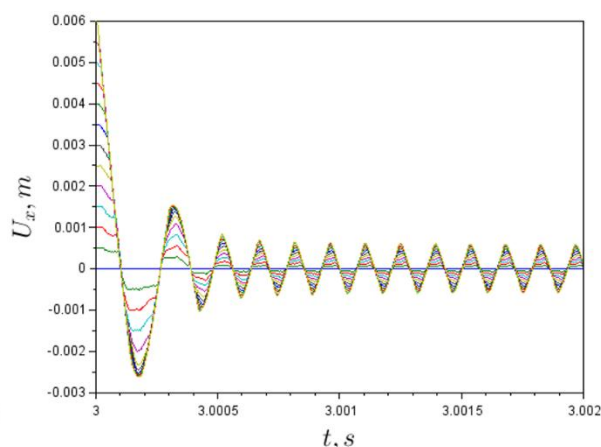


Рисунок 3 - Перемещение вдоль оси x при продольных колебаниях балки (разные цвета означают разные узлы).

Задачу о поперечных колебаниях решали для следующих краевых и граничных условий:

- заделка на левом краю: $U_x = 0, U_y = 0, \theta = 0$
- продольное перемещение и поперечная сила на правом краю соответственно: $U_x = 0, T = F_y$

На рис. 4 приведена диаграмма деформирования при поперечных колебаниях балки в псевдоупругом состоянии. Рис. 5 иллюстрирует поперечное смещение узлов балки (разные линии соответствуют разным узлам).

Анализ рис. 2 и 4 показывает, что за счет псевдоупругого поведения в СПФ в процессе мартенситного превращения происходит диссипация энергии. Можно

заметить, что при колебаниях балки из СПФ амплитуда колебаний уменьшается за счет диссипации энергии в процессе мартенситного перехода и, начиная с некоторого момента времени, выходит на остановившееся значение, то есть происходит демпфирование.

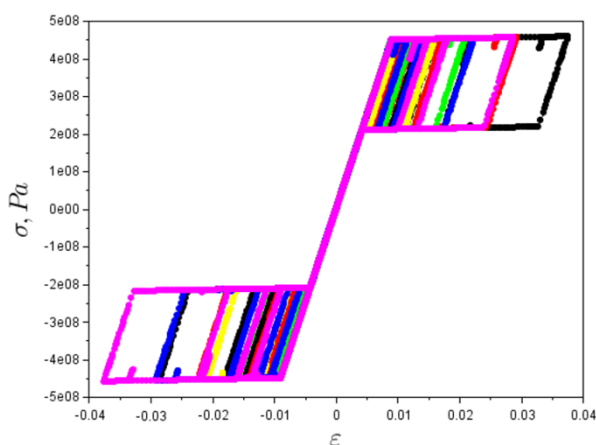


Рисунок 4 - Диаграмма деформирования при поперечных колебаниях балки (разные цвета означают разные узлы).

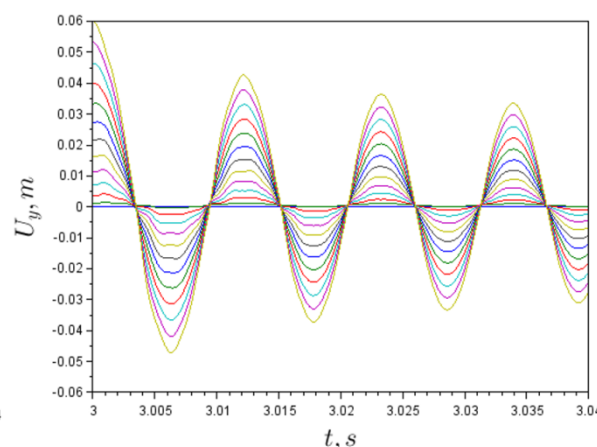


Рисунок 5 - Перемещение вдоль оси u при поперечных колебаниях балки (разные цвета означают разные узлы).

Помимо механической задачи, была решена связанная термомеханическая задача, с учетом выделения и поглощения тепла в процессе мартенситного превращения.

Таким образом, предложенная модель псевдоупругого поведения вместе с расчетной конечно-элементной схемой позволяет оценивать рассеивание энергии в процессе продольных и поперечных свободных колебаний балки из СПФ.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 18-01-00594А и Plan Recherche ENIB 2020.

ЛИТЕРАТУРА

1. C. Menna, F. Auricchio and D. Asprone, Applications of shape memory alloys in structural engineering, *Shape Memory alloys Engineering*, pp 369-403 (2015).
2. O. Ammar, L. Dieng, and N. Haddar, Modeling of strain rate effect on the pseudoelastic behavior of NiTi SMA using a simple thermomechanical coupling model, *Mechanics and Materials* (2018).
3. G. Helbert, L. Saint-Sulpice, S. Arbab Chirani, L. Dieng, T. Lecompte, S. Calloch, and P. Pilvin, A uniaxial constitutive model for superelastic NiTi SMA including R-phase and martensite transformations and thermal effects, *Smart Materials and Structures*, 26 (2017).