ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В КОМПОЗИТАХ ВСЛЕДСТВИЕ РАЗНОСТИ КОЭФФИЦИЕНТОВ ТЕРМИЧЕСКОГО РАСШИРЕНИЯ МАТРИЦЫ И УПРОЧНЯЮЩЕЙ ЧАСТИЦЫ

Матвиенко О.В.[1,2]
[1]*Национальный исследовательский Томский государственный университет Россия, г. Томск, пр. Ленина, 36, 634050*
[2]*Томский государственный архитектурно-строительный университет Россия, г. Томск, пл. Соляная, 3, 634002, E-mail: matvolegv@mail.ru*

Исследование механического поведения композитов при резком изменении температуры является важной задачей при изучении вопроса о прочностных характеристиках данного класса материалов. Известно, что при тепловом нагружении нанокомпозита возникают термонапряжения. Их появление обусловлено различными свойствами материала матрицы и упрочняющих частиц.

Рассмотрим напряженно-деформированное состояние сферической частицы радиусом δ, окруженной матрицей в форме сферы радиусом R, возникающее в результате изменения температуры системы. Коэффициенты линейного температурного расширения материалов полагаются различными.

Уравнение равновесия упругой среды в сферических координатах в предположении сферической симметрии может быть записано в виде:

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{2\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi} - \sigma_{\theta\theta}}{r} = 0 . \qquad (1)$$

Связь между напряжениями σ_{ij} и деформациями ε_{ij}, выражающую обобщенный закон Гука, в условиях неизотермичности согласно гипотезе фон Неймана имеет вид:

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} - 3K\alpha \Delta T \delta_{ij} , \qquad (2)$$

где λ, μ – коэффициенты Ламе, K – модуль объемной деформации, α – коэффициент линейного температурного расширения, ΔT – изменение температуры, δ_{ij} – символ Кронекера.

Компоненты тензора деформации в условиях сферической симметрии имеют вид:

$$\varepsilon_{rr} = \frac{\partial u}{\partial r} , \; \varepsilon_{\varphi\varphi} = \frac{u}{r} , \; \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{u}{r} , \; \varepsilon_{r\varphi} = 0 , \; \varepsilon_{r\theta} = 0 , \; \varepsilon_{\varphi\theta} = 0 . \qquad (3)$$

Подставляя в уравнение равновесия напряжения, выраженные через перемещения, получим

$$\frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(ur^2\right)\right] = 0 . \qquad (4)$$

Сначала проведем интегрирование уравнения (4) для сферической частицы для следующих граничных условий:

$$r = 0: \qquad u = 0 , \qquad r = \delta: \qquad u = U . \qquad (5)$$

В результате несложных вычислений получим поле перемещений в частице:

$$u = U\frac{r}{\delta} . \qquad (6)$$

Поле напряжений в частице с использованием обобщенного закона Гука имеет вид:

$$\sigma_{rr} = \left(3\lambda_p + 2\mu_p\right)\frac{U}{\delta} - 3K_p \alpha_p \Delta T , \qquad (7)$$

$$\sigma_{\varphi\varphi} = \left(3\lambda_p + 2\mu_p\right)\frac{U}{\delta} - 3K_p \alpha_p \Delta T , \qquad (8)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \left(3\lambda_p + 2\mu_p\right)\frac{U}{\delta} - 3K_p \alpha_p \Delta T . \qquad (9)$$

Проинтегрируем теперь уравнение (4) для матрицы с учетом выполнения следующих граничных условий:

$r=\delta$: $\quad u=U$, $\quad r=R$: $\quad u=V$. (10)

Поле перемещения материала матрицы может быть определено как:

$$u=\frac{U\delta^2-VR^2}{\delta^3-R^3}r+\frac{UR-V\delta}{R^3-\delta^3}\frac{R^2\delta^2}{r^2}. \tag{11}$$

С использованием обобщенного закона Гука определим поле напряжений в матрице:

$$\sigma_{rr}=(\lambda_m+2\mu_m)\frac{\partial u_r}{\partial r}+2\lambda_m\frac{u_r}{r}-3K_m\alpha_m\Delta T, \tag{12}$$

$$\sigma_{\varphi\varphi}=2(\lambda_m+\mu_m)\frac{u_r}{r}+\lambda_m\frac{\partial u_r}{\partial r}-3K_m\alpha_m\Delta T, \tag{13}$$

$$\sigma_{\theta\theta}=2(\lambda_m+\mu_m)\frac{u_r}{r}+\lambda_m\frac{\partial u_r}{\partial r}-3K_m\alpha_m\Delta T. \tag{14}$$

С учетом соотношений (11) уравнение (12) может быть приведено к виду:

$$\sigma_{rr}=(3\lambda_m+2\mu_m)\left(\frac{U\delta^2-VR^2}{\delta^3-R^3}\right)+4\mu_m\frac{UR-V\delta}{\delta^3-R^3}\frac{R^2\delta^2}{r^3}-3K_m\alpha_m\Delta T. \tag{15}$$

Определим теперь параметры U и V. Напряжения на внешней границе матрицы в предположении $\delta<<R$ с учетом известной формулы $K=\left(\lambda+\frac{2}{3}\mu\right)$ могут быть оценены как:

$$\sigma_{rr}=3K_m\left(\frac{V}{R}\right)-3K_m\alpha_m\Delta T. \tag{17}$$

Пусть на внешней границе ($r=R$) к матрице приложено изотропное поле давления: ($\sigma_{rr}=-p$). Тогда константа интегрирования может быть определена как:

$$V=\left(\alpha_m\Delta T-\frac{p}{3K_m}\right)R. \tag{18}$$

Параметр U определим из условия непрерывности напряжений на границе между частицей и матрицей: $\sigma_{rr}\big|_-=\sigma_{rr}\big|_+$. В результате получим

$$U=\frac{VR^2\delta(3K_m+4\mu_m)+3(K_p\alpha_p\Delta T-3K_m\alpha_m\Delta T)\delta(R^3-\delta^3)}{3K_m\delta^3+4\mu_mR^3+3K_p(R^3-\delta^3)}. \tag{19}$$

Перейдем к анализу результатов. Основные расчеты выполнены для следующих параметров: $\alpha_m=2.3\cdot10^{-5}$ К$^{-1}$, $\alpha_p=-8\cdot10^{-6}$ К$^{-1}$, Модуль упругости матрицы – 70 ГПа, Модуль упругости частиц – 99ГПа, Модуль сдвига матрицы – 27 ГПа, Модуль сдвига частиц – 38. Размер частиц полагался равным $\delta=100$ нм, характерный размер исследуемой области - $R=1000\delta$. Внешнее давление полагалось равным $p=0$.

На рис. 1 представлено изменение по радиальной координате нормального напряжения σ_{rr} в частице и матрице. Вследствие различия упругих свойств формируется область положительных (растягивающих) напряжений. Максимальные значения напряжения наблюдаются в материале частицы, где они имеют постоянные значения. В материале матрицы по мере удаления от границы раздела эти напряжения достаточно резко ослабевают и на расстоянии порядка 5δ становятся пренебрежимо малыми.

Рис. 2 иллюстрирует радиальное распределение касательного напряжения $\sigma_{\varphi\varphi}$. В частице эти напряжения имеют постоянные положительные значения. связанные с ее растяжением вследствие воздействия на нее матрицы. На границе между частицей и матрицей происходит резкий скачок напряжений. При этом в матрице напряжения принимают отрицательные значения, то есть становятся сжимающими. По мере удаления от границы раздела касательные напряжения, также как и нормальные, резко убывают и на расстоянии порядка 5δ становятся пренебрежимо малыми.

Отметим, что вследствие сферической симметрии касательные напряжения $\sigma_{\varphi\varphi} = \sigma_{\theta\theta}$.

Анализ влияния температурного перепада на напряженное состояние позволяет сделать вывод, что с ростом ΔT происходит рост напряжений в частице и прилегающей к ней части матрицы. При этом в первом приближении величина возникающих напряжений оказывается пропорциональной ΔT.

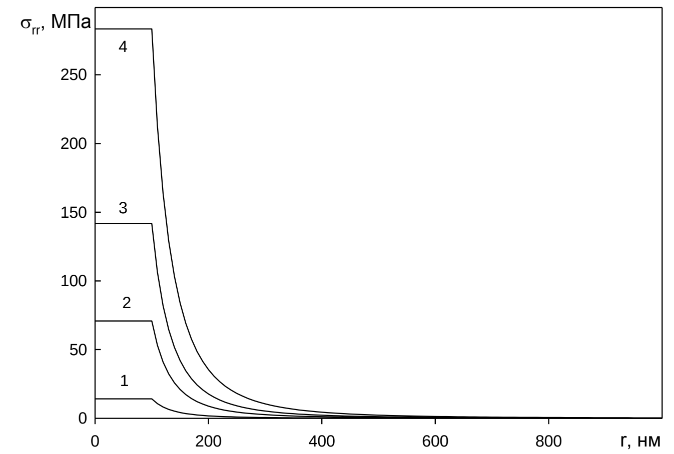

Рисунок 1 - Радиальное распределение нормального напряжения в частице и матрице для различных значений перепада температуры: 1 – $\Delta T = 10$ К, 2 – 50, 3 – 100 , 4 – 200

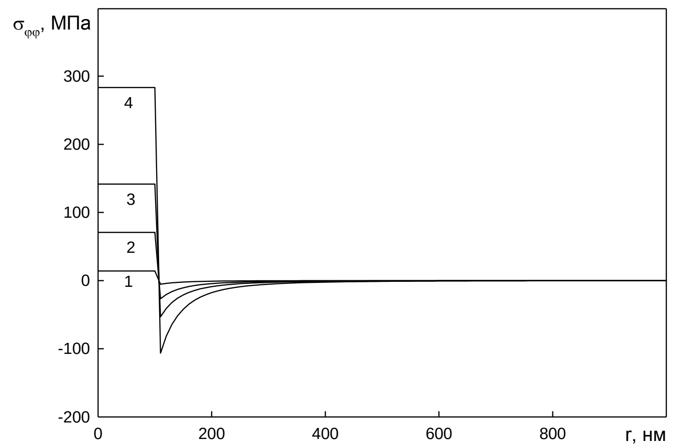

Рисунок 2 - Радиальное распределение касательных напряжений в частице и матрице для различных значений перепада температуры: 1 – $\Delta T = 10$ К, 2 – 50, 3 – 100 , 4 – 200

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мохначевский В.И., Кошелев П.Ф. Механические свойства композитных материалов при низких температурах. *Машиноведение*. 1983, №6, С.88-96.
2. Ковтанюк Л. В., Мурашкин Е. В. Формирование полей остаточных напряжений у одиночных сферических включений в идеальной упругопластической среде. *Изв. РАН. Механика твердого тела.* 2009. № 1. С. 94–104.
3. Матвиенко О.В., Данейко О.И., Ковалевская Т.А. Напряжённо-деформируемое состояние нагруженной трубы из сплава, упрочнённого некогерентными наночастицами. *Изв. вузов. Физика*. 2017. Т. 60. № 4. С. 7-13.