

УДК 621.3.049.73.75:001.2(024)

## ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫЙ МЕТОД РАЗРЕЗАНИЯ ГРАФА ПРИ НАЛИЧИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ОГРАНИЧЕНИЙ

*А.С. Шандриков*

Компоновка радиоэлектронных средств (РЭС) на стадии конструкторского проектирования моделируется разрезанием графа на требуемое количество кусков с заданным количеством вершин в каждом из них. Вершины графа обозначают радиоэлектронные компоненты (РЭК), а рёбра – связи между ними в соответствии с принципиальной электрической схемой.

Качество компоновки оценивается различными показателями. Самым распространённым показателем является минимум связей между полученными кусками или коэффициент разрезания – отношение суммарного количества связей между вершинами внутри кусков (внутренних связей) к суммарному количеству связей между вершинами разных кусков (внешних связей).

На практике в процессе выполнения компоновки очень часто приходится учитывать различные технологические ограничения, что накладывает свой отпечаток на оптимальность результата. Компоновка РЭС не допускает формального подхода к разрезанию графа, так как в противном случае спроектированное РЭС может оказаться неработоспособным. Если при разрезании графа не учитывать взаимное влияние РЭК друг на друга по критериям электромагнитотепловой совместимости, то может сложиться ситуация, когда, например, конденсатор и катушка колебательного окажутся в разных кусках. Очевидно, что такое РЭС работать не будет из-за затухания сигнала в проводах, соединяющих полученные в результате компоновки узлы. В некоторых случаях по другим соображениям определённые РЭК должны находиться в разных узлах. Указанные требования представляют собой технологические ограничения, налагаемые на разрезание графа в процессе компоновки.

Из сказанного следует, что технологические ограничения могут быть двух видов: на расположение множества конкретных РЭК в разных узлах и на расположение множества конкретных РЭК в одном и том же узле. При выполнении компоновки с использованием математической модели в виде графа множество вершин, располагаемых в разных кусках, в работах [1, 2] определяется как множество запрещённых вершин. Ситуация, когда некоторое множество вершин должно располагаться в одном и том же куске, ни в каких источниках информации не описана вообще, поэтому автор берёт на себя смелость определить указанное множество как множество совместных вершин.

В данной работе описывается попытка систематизировать процесс разрезания графа с учётом технологических ограничений разного характера с целью последующей разработки алгоритма автоматизации компоновки на ЭВМ.

Описанная в [1, 2] методика разрезания графа при наличии запрещённых вершин основана на последовательном методе разрезания и заключается в следующем.

Из множества запрещённых вершин выбирается первая и строится множество, содержащее выбранную вершину и все смежные ей вершины. Если выбранная вершина имеет связь с какой-либо другой запрещённой вершиной, то последняя в формируемое множество не включается. Если мощность полученного множества соответствует количеству вершин, входящих в формируемый кусок, то кусок считается сформированным и удаляется из исходного графа. В противном случае полученное множество дополняется недостающим количеством вершин или из него удаляются лишние вершины.



Описываемая в данной работе методика разрезания графа предполагает наличие как запрещённых, так и совместных вершин и её суть заключается в следующем.

1. Формируется множество  $X_1$  совместных вершин. Эти вершины считаются вошедшими в формируемый кусок.

2. Определяется мощность полученного множества.

Если  $|X_1| = n_k$ , где  $n_k$  – заданное количество вершин для формируемого куска, то кусок считается сформированным и его следует удалить из исходного графа.

Если  $|X_1| < n_k$ , то множество  $X_1$  следует дополнить недостающим количеством вершин. С этой целью для каждой совместной вершины  $x_i, x_j, \dots$ , следует построить множество, содержащее вершину  $x_i$  и все смежные ей вершины. Полученные множества  $X_i, X_j, \dots$ , следует объединить и проверить выполнение условия  $|X_i \cup X_j \cup \dots| = n_k$ . Если условие выполняется, то кусок считается сформированным и его следует удалить из исходного графа. В противном случае для формирования куска целесообразно воспользоваться методикой, описанной в [3]. В процессе назначения вершин в формируемый кусок следует выполнять проверку на наличие запрещённых вершин. По окончании формирования полученный кусок удаляется из исходного графа.

Описанная на данной стадии процедура повторяется для следующего множества совместных вершин

3. Формируется множество запрещённых вершин.

4. Для каждой запрещённой вершины строится множество, содержащее эту вершину и все смежные ей вершины.

5. Для каждого полученного множества определяется его мощность. Если мощность соответствует количеству вершин, заданному для формируемого куска, то кусок считается сформированным и его следует удалить из исходного графа, в противном случае формируется кусок в соответствии с [3].

Все описанные действия повторяются до тех пор, пока не будет получено заданное разрезание графа.

Применение предлагаемого метода, учитывающего возможные варианты технологических ограничений, рассмотрим на следующем примере.

На рис. 1 представлен граф  $G = (X, U)$  [3], где  $X$  – множество вершин,  $U$  – множество рёбер.

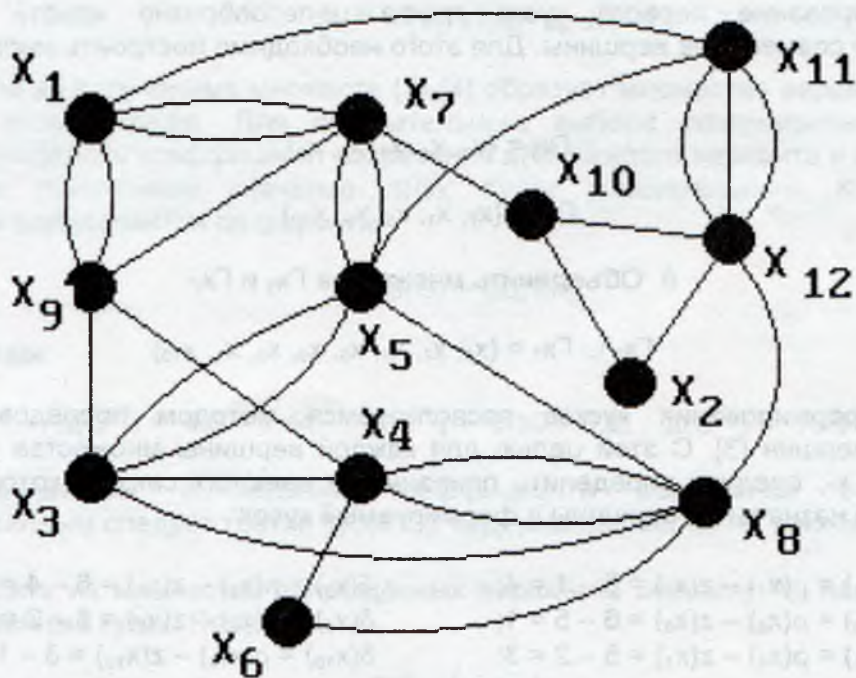


Рисунок 1



Задание: разрезать граф на три куска по 3, 4 и 5 вершин в каждом. Пусть заданы технологические ограничения: вершины  $x_3$  и  $x_7$  должны находиться в одном куске, вершины  $x_4$ ,  $x_8$  и  $x_9$  – в разных кусках.

Решение задачи выполняется в следующей последовательности.

1. Построить матрицу смежности заданного графа

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$	$x_9$	$x_{10}$	$x_{11}$	$x_{12}$	$\rho(x_i)$
$x_1$	0	0	0	0	0	0	2	0	2	0	1	0	5
$x_2$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	2
$x_3$	0	0	0	1	2	0	0	1	1	0	0	0	5
$x_4$	0	0	1	0	0	1	0	2	1	0	0	0	5
$x_5$	0	0	2	0	0	0	2	1	0	0	1	0	6
$x_6$	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	2
$x_7$	2	0	0	0	2	0	0	0	1	1	0	0	6
$x_8$	0	0	1	2	1	1	0	0	0	0	0	1	6
$x_9$	2	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	5
$x_{10}$	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	3
$x_{11}$	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	3	5
$x_{12}$	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	3	0	6

2. Определить локальные степени вершин. Значения локальных степеней вершин показаны в дополнительном столбце матрицы смежности.

3. Построить множество совместных вершин:

$$P = \{x_3, x_7\}$$

4. Построить множество запрещённых вершин:

$$Q = \{x_4, x_8, x_9\}$$

5. Формирование первого куска графа целесообразно начать с куска, содержащего совместные вершины. Для этого необходимо построить множества  $\Gamma_{x_3}$  и  $\Gamma_{x_7}$ :

$$\Gamma_{x_3} = \{x_3, x_4, x_5, x_8, x_9\}$$

$$\Gamma_{x_7} = \{x_7, x_1, x_5, x_9, x_{10}\}$$

6. Объединить множества  $\Gamma_{x_3}$  и  $\Gamma_{x_7}$ :

$$\Gamma_{x_3} \cup \Gamma_{x_7} = \{x_3, x_7, x_4, x_5, x_8, x_9, x_1, x_{10}\} \quad (1)$$

7. Для формирования кусков воспользуемся методом последовательного назначения вершин [3]. С этой целью для каждой вершины множества (1), кроме вершин  $x_3$  и  $x_7$ , следует определить приращение внешних связей, которое будет получено при назначении вершины в формируемый кусок:

$$\delta(x_4) = \rho(x_4) - z(x_4) = 5 - 1 = 4;$$

$$\delta(x_5) = \rho(x_5) - z(x_5) = 6 - 4 = 2;$$

$$\delta(x_8) = \rho(x_8) - z(x_8) = 6 - 5 = 1;$$

$$\delta(x_9) = \rho(x_9) - z(x_9) = 5 - 2 = 3;$$

$$\delta(x_1) = \rho(x_1) - z(x_1) = 5 - 2 = 3;$$

$$\delta(x_{10}) = \rho(x_{10}) - z(x_{10}) = 3 - 1 = 2;$$



Кандидатами для назначения в формируемый кусок являются вершины  $x_5$  и  $x_{10}$ , у которых  $\delta(x_5) = \delta(x_{10}) = 2 = \min \delta(x_i)$ . Из этих вершин выбираем вершину  $x_5$  как имеющую большее значение локальной степени. Получим:

$$X_1^{(3)} = \{x_3, x_7, x_5\} \quad (2)$$

8. Мощность полученного множества  $|X_1^{(3)}| = 3 = n_1$ , следовательно, множество (2) можно считать множеством вершин, образующим первый кусок, однако, основываясь на концепции [3], необходимо продолжить формирование первого куска до получения результатов  $|X_1^{(4)}| = 4 = n_2$  и  $|X_1^{(5)}| = 5 = n_3$ . С этой целью для каждой вершины множества (1), кроме вершин  $x_3$ ,  $x_7$  и  $x_5$ , определяются приращения внешних связей:

$$\begin{aligned} \delta(x_4) &= \rho(x_4) - z(x_4) = 5 - 1 = 4; & \delta(x_8) &= \rho(x_8) - z(x_8) = 6 - 2 = 4; \\ \delta(x_9) &= \rho(x_9) - z(x_9) = 5 - 2 = 3; & \delta(x_{10}) &= \rho(x_{10}) - z(x_{10}) = 3 - 1 = 2. \end{aligned}$$

Критерию  $\delta(x_i) = \min \delta(x_i)$  удовлетворяет вершина  $x_{10}$ , но так как в данном примере мощность множества запрещённых вершин равна количеству формируемых кусков, то выбрать следует одну из запрещённых вершин, а именно, ту, которая удовлетворяет используемому критерию. Такой вершиной является вершина  $x_9$ . Получим:

$$X_1^{(4)} = \{x_3, x_7, x_5, x_9\} \quad (3)$$

Полученное множество до значения  $|X_1^{(5)}| = 5 = n_3$  может быть дополнено либо вершиной  $x_4$ , либо вершиной  $x_{10}$ , так как все остальные вершины являются запрещёнными для формируемого куска. Определить для указанных вершин приращения внешних связей:

$$\delta(x_4) = \rho(x_4) - z(x_4) = 5 - 4 = 1; \quad \delta(x_{10}) = \rho(x_{10}) - z(x_{10}) = 3 - 1 = 2.$$

Выбираем вершину  $x_4$  и назначаем её в формируемый кусок. Получим:

$$X_1^{(5)} = \{x_3, x_7, x_5, x_9, x_4\} \quad (4)$$

9. Каждое из полученных множеств (2)-(4) образует множество вершин одного из заданных кусков графа. Для окончательного выбора сформированного куска следует определить коэффициент разрезания  $\Delta(G)$  каждого варианта и выбрать тот, у которого полученное значение  $\Delta(G)$ , будет максимальным. Коэффициент разрезания определяется по формуле

$$\Delta(G) = \sum L_{ij} / \sum K_{ij} \quad (5)$$

Вычисляем:

$$\Delta(G^{(3)}) = 4/9 = 0,44; \quad \Delta(G^{(4)}) = 6/10 = 0,6; \quad \Delta(G^{(5)}) = 10/6 = 1,67.$$

По результатам вычислений коэффициента разрезания окончательно сформированным следует третий кусок  $G_3$ , содержащий вершины множества (4).

10. Удалить из множества запрещённых вершин  $Q$  вершину  $x_9$ , назначенную в сформированный кусок. Получим:

$$Q^{(1)} = \{x_4, x_9\}$$



11. Удалить из исходного графа сформированный кусок  $G_3$ . Применительно к матрице смежности это означает удаление строк и столбцов, соответствующих вершинам, назначенным в сформированный кусок. Получим:

	$x_2$	$x_4$	$x_6$	$x_8$	$x_{10}$	$x_{11}$	$x_{12}$	$\rho(x_i)$
$x_2$	0	0	0	0	1	0	1	2
$x_4$	0	0	1	2	0	0	0	3
$x_6$	0	1	0	1	0	0	0	2
$x_8$	0	2	1	0	0	0	1	4
$x_{10}$	1	0	0	0	0	0	1	2
$x_{11}$	0	0	0	0	0	0	3	3
$x_{12}$	1	0	0	1	1	3	0	6

12. Определить локальные степени вершин. Значения локальных степеней вершин показаны в дополнительном столбце матрицы смежности.

13. В множестве  $Q^{(1)}$  выбрать одну из запрещённых вершин. Принципиально не имеет значения, какую именно вершину следует выбрать для назначения в формируемый кусок, но для определённости в случае автоматизации процесса разрезания графа на ЭВМ необходимо задать какой-либо жёсткий критерий выбора. В качестве одного из возможных таких критериев можно задать минимальное значение локальной степени. Руководствуясь этим критерием, выбираем вершину  $x_4$ .

14. Построить множество, содержащее выбранную вершину  $x_4$  и все смежные её вершины.

$$\Gamma x_4 = \{x_4, x_6\}$$

Вершина  $x_8$  не включена в это множество как запрещённая.

15. Построить множество, содержащее вершину  $x_6$  и все смежные ей вершины.

$$\Gamma x_6 = \{x_6, x_4\}$$

И в этом случае вершина  $x_8$  не включена в множество как запрещённая. Множества  $\Gamma x_4$  и  $\Gamma x_6$  равны. Это означает, что множество  $\Gamma x_4$  может быть дополнено вершиной (вершинами), не связанной ни с вершиной  $x_4$ , ни с вершиной  $x_6$ .

16. Выбрать вершину  $x_2$  как имеющую минимальную локальную степень и назначить её в формируемый кусок. Получим:

$$X_2^{(3)} = \{x_6, x_4, x_2\} \quad (6)$$

17. Мощность полученного множества соответствует количеству вершин, заданных для первого формируемого куска. С целью получения оптимального разрезания следует дополнить множество (6) до значения  $|X_2^{(4)}| = 4 = n/2$ . Для этого необходимо построить множество, содержащее вершину  $x_2$  и все смежные ей вершины.

$$\Gamma x_2 = \{x_2, x_{10}, x_{12}\}$$



18. Объединить множества  $X_2^{(3)}$  и  $\Gamma_{X_2}$ . Получим

$$X_2 = \{x_6, x_4, x_2, x_{10}, x_{12}\}$$

19. Для вершин  $x_{10}$  и  $x_{12}$  полученного множества определить приращения внешних связей:

$$\delta(x_{10}) = \rho(x_{10}) - z(x_{10}) = 2 - 1 = 1; \quad \delta(x_{12}) = \rho(x_{12}) - z(x_{12}) = 6 - 1 = 5.$$

По критерию минимального приращения внешних связей выбираем вершину  $x_{10}$  и назначаем её в формируемый кусок:

$$X_2^{(4)} = \{x_6, x_4, x_2, x_{10}\} \quad (7)$$

20. Множества (6) и (7) образуют один из возможных вариантов окончательного формирования куска  $G_1$  или  $G_2$ . В соответствии с методикой [3] необходимо по формуле (5) вычислить коэффициенты разрезания для предполагаемых вариантов. Получим:

$$\Delta(G^{(1)}) = 1/5 = 0,2; \quad \Delta(G^{(2)}) = 2/5 = 0,4.$$

По результатам вычислений коэффициента разрезания окончательно сформированным следует третий кусок  $G_2$ , содержащий вершины множества (7).

21. Вершины  $x_8$ ,  $x_{11}$  и  $x_{12}$ , не вошедшие во второй и третий куски, образуют множество вершин первого куска заданного разрезания.

Результат разрезания графа представлен на рис. 2. Коэффициент полученного разрезания  $\Delta(G) = 16/12 = 1,33$ .

По сравнению с рассмотренным в [3] аналогичным разрезанием этого же графа количество внешних связей увеличилось на 4.

Коэффициент разрезания графа следует рассматривать как косвенную оценку оптимальности результата. При переходе от графа к принципиальной электрической схеме РЭС количество внешних связей между скомпонованными узлами (блоками) может измениться как в меньшую, так и в большую сторону, либо остаться без изменения в зависимости от интуитивно выбранного варианта связывающего дерева полного подграфа, соответствующего электрическому узлу принципиальной электрической схемы.



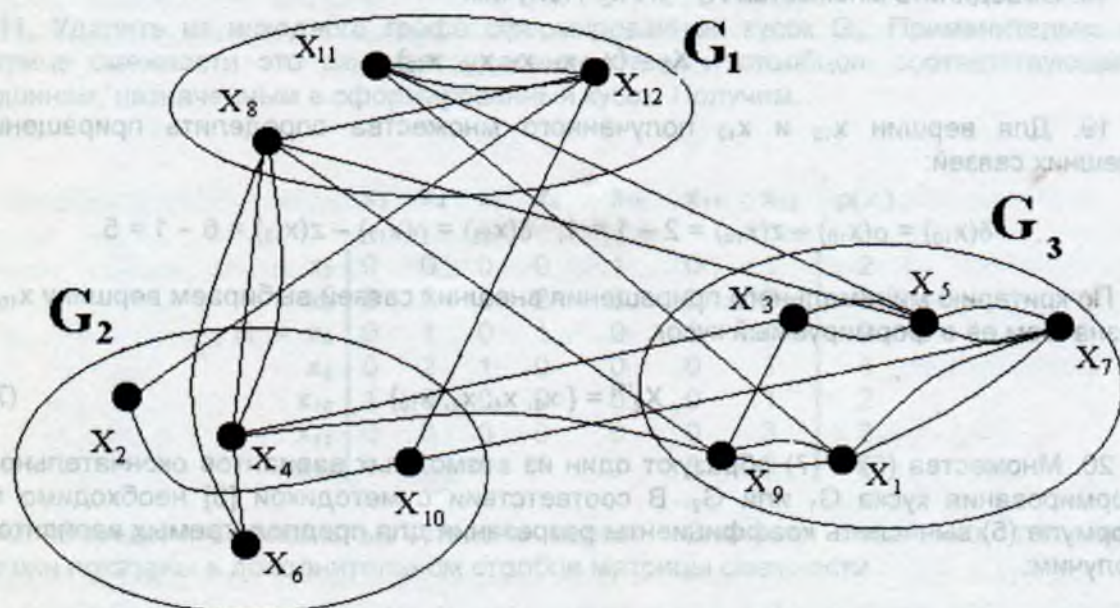


Рисунок 2

Список использованных источников

1. Методы разбиения схем РЭА на конструктивно законченные части /К.К. Морозов, А.Н. Мелихов, Л.С. Бернштейн и др.; Под ред. К.К. Морозова. – М.: Сов. радио, 1978.
2. Мелихов А.Н., Бернштейн Л.С., Курейчик В.М. Применение графов для проектирования дискретных устройств. – М.: Наука, 1974.
3. Шандриков А.С. Последовательный метод разрезания графа с минимизацией внешних связей//Вестник Учреждения образования «Витебский государственный университет» Пятый выпуск/УО «ВГТУ». – Витебск, 2003. С. 94-100.

SUMMARY

The arrangement of radio electronic means at the stage of designing is simulated by cutting the graph. While arranging it is necessary to take into account various technological restrictions: on a disposition of a specific set of radio electronic components in different knots and on a disposition of other specific set of radio electronic components in the same knot.

In the article the technique of cutting the graph is described in view of technological restrictions of a different character permitting hereinafter to develop algorithm for automation of process of arrangement on the computer. The method is illustrated by a concrete example.