

обстоятельство в аспекте существующих и постоянно расширяющихся вычислительных мощностей современных ЭВМ представляется не столь существенным.

Список использованных источников

1. Разработать универсальную систему математических моделей, алгоритмов, программ и макропроектов технологических машин для технологических процессов изготовления фасонных деталей и инструментов. Отчет о НИР (заключительный) / ВГТУ; Рук. В. С. Мисевич, Д. Н. Свирский; № ГР 2001524. — Витебск, 2005. — 385 с.
2. САПР.
3. Типовые методы геометрического моделирования объектов проектирования. Рекомендации. Р50-34-87. — Москва: Изд-во стандартов, 1988. — 111 с.

SUMMARY

The offered approach to modelling of the vectorially complex details forms creation is based on a discrete representation of the configurations of both a detail and the tool. Thus an interaction of the tool with a blank (detail) in machining process is represented as the interaction of two tensors which elements model the form of the blank (detail) and the tool. The given approach has the high universality, flexibility and good ability for algorithmic presentation.

УДК 534.1+534-8

ИССЛЕДОВАНИЕ ОБЛАСТЕЙ ПРИТЯЖЕНИЯ СТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМОВ ДВИЖЕНИЯ ТЯЖЕЛОГО ШАРИКА, УДАРЯЮЩЕГОСЯ О ВИБРИРУЮЩУЮ ПЛАТФОРМУ

В.Н. Сакевич, С.А. Скрипленок

Расчет периодических движений вибротранспортных устройств приводит к рассмотрению динамической модели, воспроизводящей в поле сил тяжести движение тяжелого шарика, ударяющегося о вибрирующую платформу, которая движется по гармоническому закону $Z = a \cos(\omega t + \varphi)$, где a , ω и φ - амплитуда, частота и фаза соответственно (рисунок 1). Наличие нескольких периодических решений при заданных значениях параметров - общее свойство всех виброударных систем. Также следует отметить, что в виброударных системах линейных в промежутках между соударениями при гармоническом возбуждении возможны режимы различных кратностей по два для каждого значения кратности при одних и тех же параметрах системы [1]. В связи с многорежимностью в виброударной системе важной задачей является определение областей притяжения стационарных режимов движения в фазовом пространстве с учетом возможных изменений параметров системы.

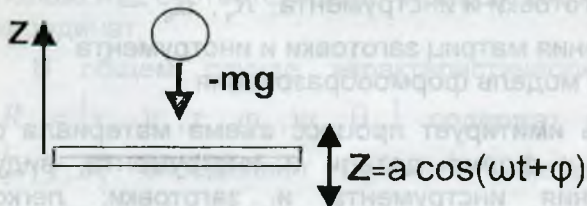


Рисунок 1 - Динамическая модель вибротранспортного устройства

В настоящей работе методом точечных отображений [2,3] для выше описанной системы строятся области притяжения возможных стационарных режимов, т.е. области начальных условий движения, из которых система будет стремиться при наличии диссипации к определенному типу ударного режима движения, исследуется топология этих областей и спектральные характеристики режимов движения при изменении параметров.

Уравнения движения рассматриваемой системы на интервале между соударениями имеют вид:

$$x = x_0 + v_0 \tau - \frac{1}{2} \tau^2; \quad \Delta = AM \cos(\tau + \tau_0), \quad (1)$$

где введены следующие безразмерные величины

$$\tau = \omega t, \quad x = \omega^2 z / g, \quad \Delta = \omega^2 Z / g, \quad AM = a \omega^2 / g.$$

Удар шарика о платформу считается мгновенным и описывается уравнением:

$$v - \dot{\Delta} = -R(u - \dot{\Delta}), \quad (2)$$

где u и v - скорость шарика до и после соударения с платформой соответственно, R - коэффициент восстановления, $\dot{\Delta}$ - скорость платформы в момент удара.

Анализ большого числа решений в нелинейных неавтономных колебательных системах показал, что основные нелинейные эффекты в этих системах это проявление внутренних колебательных свойств системы, т.е. свободных колебаний [2]. Поэтому можно на основе анализа свободных колебаний системы и параметров вынуждающей силы предсказать проявление тех или иных нелинейных эффектов.

Рассмотрим свободные колебания шарика, находящегося в поле сил тяжести и соударяющегося абсолютно упруго с неподвижной платформой. Уравнениями движения такой системы являются уравнения (1).

Найдем скелетную кривую свободных колебаний шарика. При $\tau = 0$; $x = d$; $\dot{x} = 0$. В этом случае первое уравнение (1) примет вид:

$$x = d - \frac{1}{2} \tau^2 \quad (3)$$

Можно считать, что свободные колебания шарика имеют период kT , где $k = 1, 2, 3, \dots$. При $\tau = \pi k / \omega$ из уравнения (3) получим скелетную кривую для свободных колебаний шарика, соударяющегося с неподвижной плоскостью:

$$d = \frac{1}{2} (\pi k / \omega)^2. \quad (4)$$

Из выражения (4), зная ω , можно оценить возможные номера субгармонических колебаний в системе. Отметим, что большему номеру субгармоники соответствует большая потенциальная энергия, т.е. высота d .

При субгармонических колебаниях в системе возникают квазисвободные колебания, поддерживаемые внешней силой, частота которой в целое число раз больше частоты свободных колебаний.

Построение областей притяжения производится по методу точечных

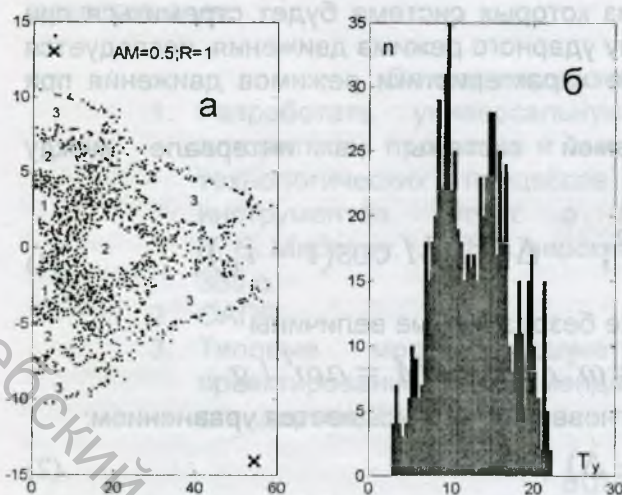


Рисунок 2 – 2а – Плоскость точечного отображения: 1 – области притяжения первой субгармоники; 2 - области притяжения второй субгармоники; 3- области притяжения третьей суб-гармоники .
2б – структура спектра

отображений на стробоскопической плоскости с помощью специальной программы в виде m-файлов в системе MATLAB. При этом исследования осуществляются в основном для недиссипативной системы ($R=1$), так как инвариантные кривые точечного отображения в этом случае, как правило, замкнуты, что облегчает построение областей притяжения.

Спектры строятся по уравнениям (1) следующим образом: задается количество ударов шарика и подсчитывается время между ударами, а затем массив данных со временами обрабатывается и строится гистограмма в координатах - время между ударами и количество ударов попадающих в данный временной интервал. В результате анализа спектров установили, что для получения спектра стационарных режимов достаточно 20 ударов. Все спектры, приведенные в данной работе, построены при 200 ударах и более. Начальные условия для первого удара при различных параметрах колебательной системы во всех экспериментах фиксированы.

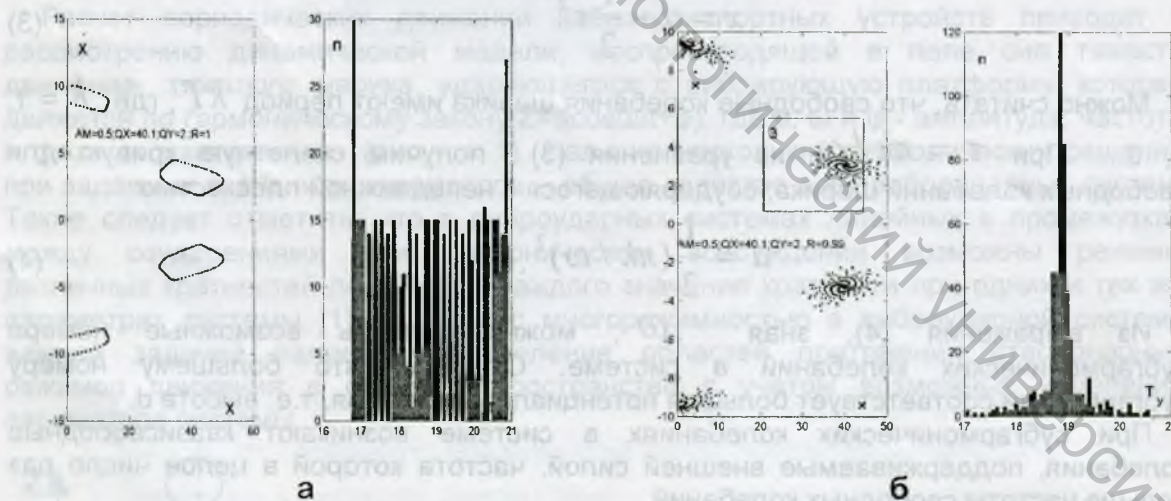
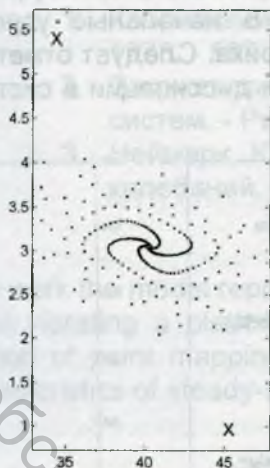


Рисунок 3 - Структура плоскости точечного отображения и спектра при начальных условиях, соответствующих третьей субгармонике: а – без диссипации; б – при наличии ударной диссипации

Топология плоскости точечного отображения представлена на рисунке 2а при $AM = 0,5$, $\tau_0 = 0$, а на рисунке 2б – структура спектра.

Рисунок 4 - Структура плоскости точечного отображения: в увеличенном виде область 3 рисунка 3б



На рисунке 3а приведены области притяжения третьей субгармоники и соответствующий спектр стационарных режимов движения, а на рисунке 3б тоже, но при наличии в системе ударной диссипации. На рисунке 4 представлена часть области притяжения в увеличенном виде, которая выделена на рисунке 3б цифрой 3. Рисунки 3б и 4 наглядно демонстрируют, как при наличии диссипации с каждым ударом система стремится к устойчивому стационарному режиму, а именно третьей субгармонике. На рисунке 5 представлено изменение топологии пространства точечных отображений при начальных условиях, соответствующих третьей субгармонике при изменении амплитуды колебаний платформы. Как видно из рисунков 3 и 5 области существования субгармоники чувствительны к изменению амплитуды колебаний платформы и диссипации в системе. Для поддержания заданного режима при увеличении диссипации требуется увеличение амплитуды колебаний платформы.

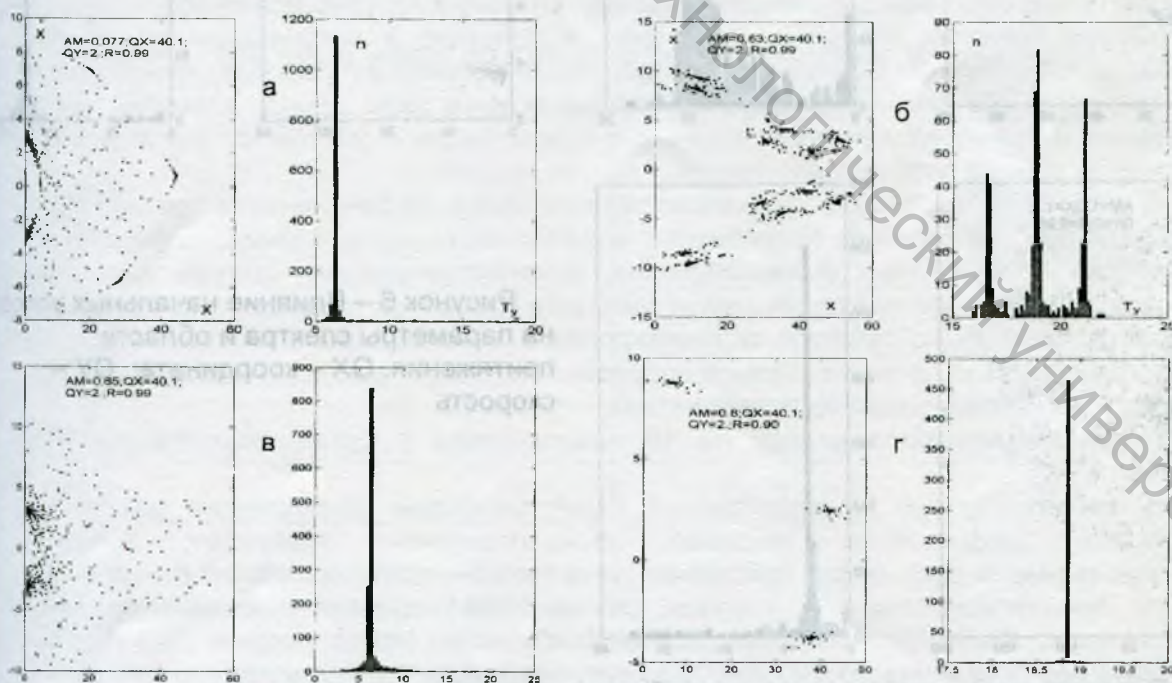


Рисунок 5 – Структура плоскости точечного отображения и спектров при различных амплитудах колебаний платформы при начальных условиях, соответствующих третьей субгармонике

На рисунке 6 показано влияние начальных условий движения на структуру спектра и области притяжения. Как видно из рисунка 6 начальные условия существенно влияют на последующие режимы движения шарика. Следует отметить, что топология областей притяжения такова, что при наличии диссипации в системе отсутствуют области притяжения стохастических режимов.

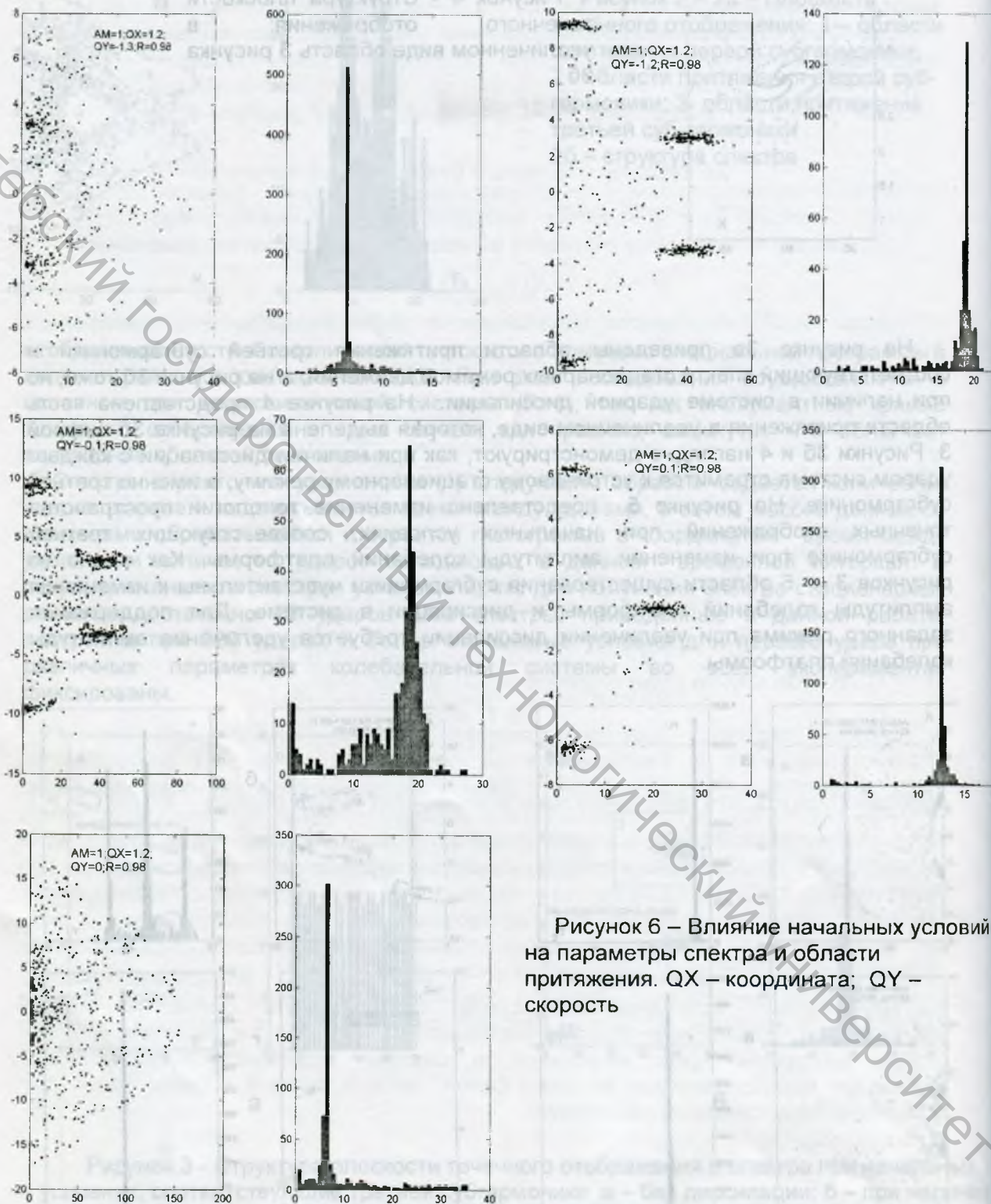


Рисунок 6 – Влияние начальных условий на параметры спектра и области притяжения. QX – координата; QY – скорость

В заключение отметим, что разработана программа, позволяющая моделировать стационарные режимы и строить спектральные характеристики движения тяжелого шарика, находящегося в поле сил тяжести и ударяющегося о вибрирующую платформу, которая движется по гармоническому закону.

Список использованных источников

1. Кобринский А.Е., Кобринский А.А. Виброударные системы. - М.: Наука, 1973. - 592 с.
2. Закржевский М.В. Колебания существенно-нелинейных механических систем. - Рига: Зинатне, 1980. - 190 с.
3. Неймарк Ю.И. Метод точечных отображений в теории нелинейных колебаний. - М.: Наука, 1972. - 472 с.

SUMMARY

In work the model reproducing movement in a field of gravities of a heavy ball, bumped about vibrating a platform which goes under the harmonious law is considered. The method of point mapping investigates topology of areas of an attraction and spectral characteristics of steady-state regimes of movement at change of parameters.

В работе рассмотрен модель воспроизводящий движение в поле тяжести тяжелого шара, ударяющегося о вибрирующую платформу, движущуюся по гармоническому закону. Метод отображения точек исследует топологию областей притяжения и спектральные характеристики установившихся режимов движения при изменении параметров.