ФУНКЦИЯ ЛИНЕЙНОГО ОТКЛИКА ВИНТОВОЙ ДИСЛОКАЦИИ ВБЛИЗИ ТОЧКИ СТРУКТУРНОГО ФАЗОВОГО ПЕРЕХОДА

[1]Дежин В.В., [2]Нечаев В.Н.

[1]*Воронежский государственный технический университет, г. Воронеж, Россия*
[2]*ВУНЦ ВВС «ВВА им. проф. Н.Е.Жуковского и Ю.А.Гагарина», г. Воронеж, Россия, E-mail: viktor.dezhin@mail.ru*

Рассмотрены колебания винтовой дислокации в окрестности структурного фазового перехода. Данный переход описывался параметром порядка η согласно теории Ландау [1]. Наличие дислокаций приводит к появлению добавки $\eta_1(\mathbf{r},t)$ к термодинамически равновесному значению параметра порядка η_s, зависящей от радиус-вектора $\mathbf{r}$ и времени t. Ранее в работах авторов [2-5] исследовались изгибные колебания дислокации в кристаллах с мягкой модой, возникающие под влиянием внешних воздействий. В настоящей работе в отличие от [4, 5] изучаются изгибные колебания винтовой дислокации в произвольной плоскости скольжения.

Рассмотрим винтовую дислокацию, лежащую вдоль оси Oz с единичным вектором касательной к линии дислокации $\boldsymbol{\tau}_0 = (0,\ 0,\ -1)$, вектором Бюргерса $\mathbf{b} = (0,\ 0,\ b)$ и единичным вектором нормали к плоскости скольжения $\mathbf{n} = (n_x,\ n_y,\ 0)$. Ограничимся малыми колебаниями дислокации вблизи положения равновесия. Тогда в линейном приближении по смещению дислокации $u = u(z,\ t)$ получим

$$\boldsymbol{\tau} = \left(-n_y \frac{\partial u}{\partial z}, -n_x \frac{\partial u}{\partial z}, -1\right),$$

$$\delta(\xi) = \delta(x)\delta(y) - n_x \delta(x)\delta'(y)u - n_y \delta'(x)\delta(y)u,$$

$$\frac{\partial V}{\partial t}\delta(\xi) = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\left(\delta(x)\delta(y) - n_x \delta(x)\delta'(y)u - n_y \delta'(x)\delta(y)u\right) \approx \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\delta(x)\delta(y),$$

$$f_\perp = n_l \sigma_{lm} b_m = n_x \sigma_{xz} b + n_y \sigma_{yz} b,$$

$$(\mathbf{n}\cdot\nabla)(\mathbf{b}\cdot\nabla)(\eta_s \eta_1) = n_x b \eta_s \frac{\partial^2 \eta_1}{\partial x \partial z} + n_y b \eta_s \frac{\partial^2 \eta_1}{\partial y \partial z},$$

$$n_i \eta_{ik} b_k = n_x b \eta_{xz} + n_y b \eta_{yz} =$$
$$= \frac{1}{2} b^2 \left(-n_x \delta(x)\delta'(y) + n_y \delta'(x)\delta(y) + n_x^2 \delta(x)\delta''(y)u - n_y^2 \delta''(x)\delta(y)u\right),$$

$$\eta_{ll} = b\frac{\partial u}{\partial z}\left(n_x \delta'(x)\delta(y) - n_y \delta(x)\delta'(y)\right).$$

Здесь $\delta(\xi)$ – двумерная δ-функция, ξ – двумерный радиус-вектор, отсчитываемый от оси дислокации в плоскости, перпендикулярной вектору $\boldsymbol{\tau}$, V – скорость линии дислокации в данной точке, $f_\perp$ – проекция силы Пича-Келера на плоскость скольжения, σ_{lm} – тензор напряжений, η_{ik} – тензор несовместности деформаций. Подставив найденные выражения в формулы, полученные ранее [2,4,5], будем иметь систему трех уравнений

$$\frac{1}{c_t^2}\frac{\partial^2 f_\perp}{\partial t^2}-\Delta f_\perp+\frac{3b}{1+\nu}\left(n_x\frac{\partial^2 p}{\partial x\partial z}+n_y\frac{\partial^2 p}{\partial y\partial z}\right)-2\mu g b\eta_s\left(n_x\frac{\partial^2\eta_1}{\partial x\partial z}+n_y\frac{\partial^2\eta_1}{\partial y\partial z}\right)=$$
$$=-\rho b^2\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\delta(x)\delta(y)-\mu b^2\left(n_x\delta(x)\delta'(y)+n_y\delta'(x)\delta(y)+n_x^2\delta(x)\delta''(y)u-n_y^2\delta''(x)\delta(y)u\right) \tag{1}$$

$$\frac{1}{c_l^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}-\Delta p+\frac{4}{3}\mu\frac{1+\nu}{1-\nu}g\eta_s\left(\frac{1}{c_t^2}\frac{\partial^2\eta_1}{\partial t^2}-\Delta\eta_1\right)=$$
$$=-\frac{2}{3}\frac{1+\nu}{1-\nu}\mu b\frac{\partial u}{\partial z}\left(n_x\delta'(x)\delta(y)-n_y\delta(x)\delta'(y)\right) \tag{2}$$

$$\eta_1(\mathbf{r},\,t)=-3\eta_s g\int\chi(\mathbf{r}-\mathbf{r}',t-t')\,p(\mathbf{r}',t')d\mathbf{r}'dt' \tag{3}$$

В этих уравнениях обозначено c_t и c_l – скорости поперечных и продольных звуковых волн, ν – коэффициент Пуассона, p – гидростатическое давление, μ – модуль сдвига, g – постоянный стрикционный коэффициент, ρ – плотность вещества кристалла, $\chi=\chi(\mathbf{r},t)$ – функция отклика параметра порядка на гидростатическое давление. Для решения записанной системы совершаем преобразование Фурье уравнений (1)-(3) по $\mathbf{r}$ и t:

$$\left(q^2-\frac{\omega^2}{c_t^2}\right)\tilde{f}_\perp-\frac{3b}{1+\nu}(n_xq_x+n_yq_y)q_z\tilde{p}+2\mu bg\eta_s(n_xq_x+n_yq_y)q_z\tilde{\eta}_1=$$
$$=-\mu b^2\left(n_y^2q_x^2-n_x^2q_y^2-\frac{\omega^2}{c_t^2}\right)\tilde{u}-i(2\pi)^2\mu b^2(n_yq_x-n_xq_y)\delta(q_z)\delta(\omega) \tag{4}$$

$$\left(q^2-\frac{\omega^2}{c_l^2}\right)\tilde{p}+\frac{4}{3}\frac{1+\nu}{1-\nu}\mu g\eta_s\left(q^2-\frac{\omega^2}{c_t^2}\right)\tilde{\eta}_1=\frac{2}{3}\frac{1+\nu}{1-\nu}\mu b(n_xq_x-n_yq_y)q_z\tilde{u} \tag{5}$$

$$\tilde{\eta}_1=-3g\eta_s\tilde{\chi}\tilde{p} \tag{6}$$

Здесь $\mathbf{q}$ – волновой вектор, ω – частота, $\tilde{f}_\perp(\mathbf{q},\omega)$, $\tilde{p}(\mathbf{q},\omega)$, $\tilde{\eta}_1(\mathbf{q},\omega)$, $\tilde{u}(\mathbf{q},\omega)$, $\tilde{\chi}(\mathbf{q},\omega)=\chi_0\,\omega_0^2/(\omega_0^2+\kappa q^2-\omega^2)$ [6] – Фурье-образы, $\omega_0^2=a(T-T_c)$ – квадрат характерной частоты мягкой моды, T_c – температура структурного фазового перехода, $\kappa\sim c_t^2$. Исключаяиз системы (4)-(6) $\tilde{p}$ и $\tilde{\eta}_1$, для проекции силы Пича-Келера получим

$$\tilde{f}_\perp(\mathbf{q},\omega)=\frac{\frac{2}{1-\nu}\mu b^2(n_x^2q_x^2-n_y^2q_y^2)q_z^2\left(+2(1+\nu)\mu g^2\eta_s^2\tilde{\chi}\right)\tilde{u}}{\left(q^2-\frac{\omega^2}{c_t^2}\right)\left(q^2-\frac{\omega^2}{c_l^2}\right)-4\frac{1+\nu}{1-\nu}\mu g^2\eta_s^2\tilde{\chi}\left(q^2-\frac{\omega^2}{c_t^2}\right)^2}-$$
$$-\mu b^2\frac{(n_y^2q_x^2-n_x^2q_y^2-\omega^2/c_t^2)}{q^2-\omega^2/c_t^2}\tilde{u}-i(2\pi)^2\mu b^2\frac{(n_yq_x-n_xq_y)\delta(q_z)\delta(\omega)}{q^2-\omega^2/c_t^2} \tag{7}$$

Находим выражение для проекции силы Пича-Келера на линии дислокации ($x=0$, $y=0$). Для этого совершим обратное преобразование Фурье выражения (7) по переменным q_x и q_y, а затем положим $x=y=0$:

$$\tilde{f}_\perp(x, y, q_z, \omega) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}_\perp(\mathbf{q}, \omega) e^{i(xq_x + yq_y)} \frac{dq_x dq_y}{(2\pi)^2},$$
$$\tilde{f}_\perp(0, 0, q_z, \omega) = \tilde{f}_\perp(q_z, \omega) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}_\perp(\mathbf{q}, \omega) \frac{dq_x dq_y}{(2\pi)^2} \qquad (8)$$

Переходя в интеграле (8) в полярные координаты и выполняя интегрирование по полярному углу, получим уравнение изгибных колебаний винтовой дислокации

$$\tilde{f}_\perp(q_z, \omega) = \alpha_D^{-1}(q_z, \omega) \tilde{u}(q_z, \omega),$$

где $\alpha_D(q_z, \omega)$ – функция линейного отклика дислокации вблизи точки структурного фазового перехода, которая находится по формуле

$$\alpha_D^{-1}(q_z, \omega) = \frac{\mu b^2}{4\pi} \int q_\perp dq_\perp \left\{ -\frac{(n_y^2 - n_x^2) q_\perp^2 - 2\omega^2 / c_t^2}{q^2 - \omega^2 / c_t^2} + \right.$$
$$\left. + \frac{2}{1-\nu} \frac{(n_x^2 - n_y^2) q_\perp^2 q_z^2 \left(1 + 2(1+\nu)\mu g^2 \eta_s^2 \tilde{\chi}\right)}{(q^2 - \omega^2/c_t^2)(q^2 - \omega^2/c_l^2) - 4\frac{1+\nu}{1-\nu}\mu g^2 \eta_s^2 \tilde{\chi} (q^2 - \omega^2/c_t^2)^2} \right\}.$$

В случае собственных колебаний дислокации необходимо решать уравнение $\alpha_D^{-1}(q_z, \omega) = 0$, из которого находятся собственные частоты изгибных колебаний дислокации в окрестности структурного фазового перехода и их затухание, можно установить влияние взаимодействия упругого поля с мягкой модой на эффективную массу и эффективную жесткость дислокации.

Полученный результат может быть использован для исследования затухания и рассеяния ультразвука, электромагнитных волн и других внешних воздействий на кристалл с дислокациями.

Список литературы:

1. Ландау Л.Д. Теоретическая физика. Т. 5. Статистическая физика. Ч. 1. / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. М.: Наука, 1976. -584 с.

2. Дежин В.В. Обобщенная восприимчивость дислокации в кристалле с мягкой модой / В.В. Дежин, В.Н. Нечаев, А.М. Рощупкин // Физика твердого тела. -1990. -Т. 32, № 3. -С. 810-817.

3. Батаронов И.Л. Динамические характеристики дислокаций в кристаллах с мягкой модой / И.Л. Батаронов, В.В. Дежин, В.Н. Нечаев // Изв РАН. Сер. Физическая. -1998. -Т. 62, № 8. -С. 1512-1517.

4. Нечаев В.Н. Система уравнений, описывающих изгибные колебания винтовой дислокации вблизи точки структурного фазового перехода / В.Н. Нечаев, В.В. Дежин // Матер. XI Междунар. сем. «Физико-математическое моделирование систем». Воронеж: ВГТУ. -2014. -Ч. 2. -С. 45-48.

5. Нечаев В.Н. Уравнение изгибных колебаний винтовой дислокации в сегнетоэластике вблизи точки структурного фазового перехода / В.Н. Нечаев, В.В. Дежин // Вестник Тамбовского университета. Сер.: Естеств. и технич. науки. -2016. -Т. 21, вып. 3. -С. 1188-1190.

6. Брус А.Структурные фазовые переходы/ А. Брус, Р.Каули. М.:Мир, 1984.-408 с.