

Б.С.Сункуев

СИНТЕЗ МЕХАНИЗМОВ

Допущено Министерством образования Республики Беларусь в качестве учебного пособия для студентов специальности «Машины и аппараты текстильной, легкой промышленности и бытового обслуживания» высших учебных заведений

Библиотека ВГТУ



УДК 621.01
ББК 34.41
С89

Рецензенты: доктор технических наук В.В.Сторожев,
специальное конструкторское бюро швейного оборудования
акционерного общества «Орша» кандидат технических наук
Г.И.Бриш, Ю.М.Краснер

Сункуев Б.С.
С89 Синтез механизмов: Учебное пособие/Б.С.Сункуев.-
Витебск:ВГТУ,2001.-84 с.

ISBN 985-6655-01-03.

Изложены геометрические методы синтеза механизмов машин легкой и текстильной промышленности, основанные на кинематической геометрии плоской фигуры. Рассмотрены решения ряда задач синтеза, имеющие важное прикладное значение. Изложена общая постановка и сущность алгебраических и оптимизационных методов синтеза.

УДК 621.01
ББК 34.41

ISBN 985-6655-01-03.

© Сункуев Б.С., 2001

2419

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
Введение	5
1. Основные понятия и определения. Общая постановка задачи синтеза механизмов	5
1.1. Основные понятия и определения	5
1.2. Постановка задачи синтеза механизмов	7
2. Краткая характеристика методов синтеза механизмов	8
2.1. Алгебраические методы	8
2.2. Оптимизационные методы синтеза	11
2.2.1. Постановка задачи оптимизационного синтеза	11
2.2.2. Метод наискорейшего спуска	12
2.2.3. Метод Гаусса-Зайделя	13
2.2.4. Метод статических испытаний (Монте-Карло)	14
2.3. Геометрические методы	14
3. Основные сведения из кинематической геометрии	16
3.1. Основная задача кинематической геометрии	16
3.2. Два положения плоской фигуры	18
3.3. Бесконечно близкие положения плоской фигуры	18
3.4. Три положения плоской фигуры	21
3.5. Четыре положения плоской фигуры	21
4. Геометрический синтез двухкоромыслового шарнирного четырехзвенника по двум положениям	24
4.1. Постановка задачи	24
4.2. Положения ведущего звена относительно ведомого	24
4.3. Порядок синтеза	26
4.4. Учет углов передачи при синтезе четырехзвенника по двум положениям	28
5. Геометрический синтез кривошипно-коромыслового механизма по «мертвым» положениям	34
5.1. Постановка задачи	34
5.2. Определение относительных положений кривошипа	34
5.3. Геометрический синтез кривошипно-коромыслового механизма	36
5.4. Учет углов передачи	36
6. Геометрический синтез шестизвенного шарнирного механизма с продолжительной остановкой ведомого звена	39
6.1. Постановка задачи геометрического синтеза	39
6.2. Синтез кривошипно-коромыслового механизма	39
6.3. Геометрический синтез двухкоромыслового механизма	41
7. Геометрический синтез шестизвенного механизма с использованием участка шатунной кривой коромысло-ползунного механизма	44

7.1. Постановка задачи синтеза	44
7.2. Геометрический синтез коромыслово-ползунного механизма	45
7.3. Определение параметров диады	47
8. Геометрический синтез коромыслово-ползунного механизма, воспроизводящего шатунную кривую в виде отрезка прямой	47
8.1. Постановка задачи синтеза	47
8.2. Порядок геометрического синтеза	48
8.3. Геометрический синтез механизма иглы краеобметочной швейной машины	48
9. Геометрический синтез кривошипно-коромыслового механизма по заданному размаху шатунной кривой	50
9.1. Постановка задачи синтеза	50
9.2. Порядок геометрического синтеза механизма	52
9.3. Геометрический синтез шарнирного механизма нитепритягивателя швейной машины	54
9.3.1. Постановка задачи геометрического синтеза механизма нитепритягивателя	54
9.3.2. Последовательность геометрического синтеза механизма нитепритягивателя	56
10. Оптимизационный синтез механизмов машин легкой и текстильной промышленности	58
10.1. Алгоритмы, используемые при определении положений звеньев механизмов	58
10.2. Оптимизационный синтез шарнирного механизма нитепритягивателя швейной машины	60
10.2.1. Постановка задачи оптимизационного синтеза	61
10.2.2. Алгоритм расчета целевой функции	61
10.3. Оптимизационный синтез батанного механизма ткацкого станка	62
11. Аналитические методы синтеза кулачковых механизмов	64
11.1. Параметры схемы кулачковых механизмов	64
11.2. Выбор закона движения толкателя	68
11.3. Определение основных размеров кулачковых механизмов	71
11.4. Аналитическое профилирование кулачков	75
12. Аналитический синтез кулачкового механизма пуговичного полуавтомата	77
12.1. Параметры схемы механизма и закон движения толкателя	77
12.2. Синтез механизма	79
Литература	84

ВВЕДЕНИЕ

Синтез механизмов является одним из разделов теории механизмов. В вузовском курсе теории механизмов основное внимание уделяется геометрическому синтезу некоторых кулачковых механизмов, а также рассматриваются простейшие методы синтеза рычажных четырехзвенных механизмов. Полученных при этом сведений совершенно недостаточно при решении практических задач синтеза рычажных и кулачковых механизмов машин легкой и текстильной промышленности. Необходимо рассмотрение методов, основанных на кинематической геометрии, оптимизационных методов, широко используемых в инженерной практике, аналитических методов синтеза механизмов с дисковыми и цилиндрическими кулачками.

Настоящее учебное пособие ставит своей целью изучение указанных методов и применение их при решении практических задач синтеза, возникающих при проектировании механизмов машин легкой и текстильной промышленности.

1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ. ОБЩАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ СИНТЕЗА МЕХАНИЗМОВ

1.1. Основные понятия и определения

Расчетная кинематическая схема механизма - условное изображение механизма, на котором показаны звенья, кинематические пары, а также относительное расположение элементов кинематических пар (центров вращения, осей направляющих и т.п.) с учетом выбранного масштаба. В дальнейшем для краткости будем называть расчетную кинематическую схему просто кинематической схемой. На рис. 1.1. и 1.2. показаны кинематические схемы шарнирного четырехзвенного и коромысло-ползунного механизмов.

Параметры кинематической схемы механизма - это те неизменные величины (расстояния и углы между элементами кинематических пар, координаты, определяющие положения осей и точек отсчета координат звеньев), которые влияют на кинематику звеньев механизма. В дальнейшем для краткости параметры кинематической схемы будем называть параметрами схемы механизма.

Для шарнирного четырехзвенного механизма (рис. 1.1.) параметрами схемы могут быть: расстояние между центрами вращательных пар (длины звеньев) AB , BC , CD , AD , углы α и β , определяющие положения осей отсчета AE и DF соответственно угловых координат φ и ψ звеньев AB и CD .

Для коромысло-ползунного механизма (рис. 1.2.) параметрами схемы могут быть: длины звеньев AB , BC , расстояние e между осью x и направляющей ползуна, угол α , определяющий положение оси AD относительно оси AX , расстояние f , определяющее положение точки C_0 отсчета координаты x шарнира C ползуна.

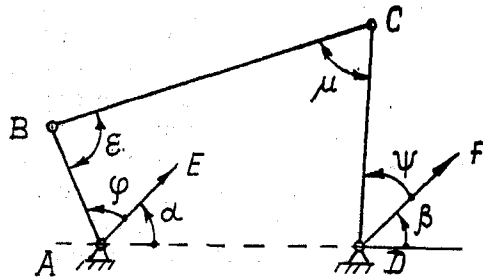


Рис. 1.1. Расчетная кинематическая схема шарнирного четырехзвенного механизма

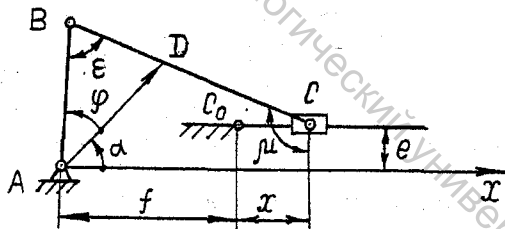


Рис. 1.2. Расчетная кинематическая схема коромысло-ползунного механизма

Переменные характеристики механизма - это те величины (расстояния и углы между элементами кинематических пар), которые непрерывно изменяются при движении механизмов. Для четырехзвенного шарнирного механизма (рис. 1.1.) переменными характеристиками являются расстояния между шарнирами А и С, В и D, углы φ , ψ , ε , μ , для коромыслово-ползунного механизма (рис. 1.2.) - расстояние AC, углы ε и μ .

Входные переменные характеристики - это те, значения которых принимаются заданными в любой момент движения.

Выходные переменные характеристики - это те, значения которых однозначно определяются при заданных значениях входных характеристик.

Воспроизводимые зависимости - это зависимости между переменными характеристиками. В шарнирном четырехзвеннике (рис. 1.1.) воспроизводимыми зависимостями являются: $\psi = f(\varphi)$, $\mu = f(\varphi)$, $\varepsilon = f(\varphi)$ и др., в коромыслово-ползунном: $x = f(\varphi)$, $\varepsilon = f(\varphi)$, $\mu = f(\varphi)$ и др. Зависимости $\psi = f(\varphi)$ и $x = f(\varphi)$ называются функциями положения механизма.

1.2. Постановка задач синтеза

В задачах кинематического синтеза параметры схемы механизма принимаются заданными, а искомыми являются воспроизводимые зависимости и их производные.

В задачах синтеза осуществляется поиск значений параметров схемы по заданным воспроизводимым зависимостям или их производным.

Пусть требуется в механизме воспроизводить заданную зависимость

$$\psi = F(\varphi) \text{ на интервале } [\varphi_n, \varphi_k] \text{ изменения } \varphi,$$

где: φ , ψ - координаты ведущего и ведомого звеньев,

φ_n , φ_k - начальное и конечное значение интервала.

В задачах синтеза воспроизводимые зависимости рассматриваются как функции параметров схемы механизма. Например, при синтезе шарнирного четырехзвенника (рис. 1.1.) рассматривается семейство воспроизводимых зависимостей

$$\psi = f(\varphi, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5),$$

где: $x_1 = AB/AD$, $x_2 = BC/AD$, $x_3 = CD/AD$, $x_4 = \alpha$, $x_5 = \beta$.

Параметры схемы x_1 , x_2 , x_3 представляют собой относительные длины звеньев. Абсолютные длины звеньев не могут в общем случае рассматриваться в качестве параметров схемы, т.к. при пропорциональном изменении AB, BC, AD и AD шарнирного четырехзвенника зависимость $\psi = f(\varphi)$ не изменяется.

Для коромыслово-ползунного механизма (рис. 1.2.) рассматривается семейство зависимостей

$$x = f(\varphi, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5),$$

где: $x_1 = AB$; $x_2 = BC$; $x_3 = e$, $x_4 = \alpha$, $x_5 = f$.

В самой общей постановке задача синтеза механизма состоит в определении таких значений параметров схемы $x_1, x_2, \dots, x_n$ механизма (n - число параметров схемы), при которых воспроизводимая зависимость в наибольшей степени приближается к заданной зависимости. Например, для шарнирного четырехзвенника (рис. 1.1.) требуется определить такие значения параметров схемы x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 , при которых воспроизводимая зависимость $\psi = f(\varphi)$ в наибольшей степени приближается к заданной зависимости $\psi = F(\varphi)$, на интервале $[\varphi_n, \varphi_k]$. На рис. 1.3а показаны графики воспроизводимой и заданной зависимостей механизма, удовлетворяющего поставленной задаче.

2. КРАТКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА МЕТОДОВ СИНТЕЗА МЕХАНИЗМОВ

Методы решения задач синтеза подразделяются на алгебраические, оптимизационные и геометрические.

В настоящей работе не представляется возможным подробно рассмотреть все эти методы, поэтому ограничимся кратким изложением сущности алгебраических методов и более подробно рассмотрим геометрические и оптимизационные методы, широко применяемые в инженерной практике.

2.1. Алгебраические методы

Приоритет в разработке алгебраических методов принадлежит великому русскому математику П.Л.Чебышеву. Дальнейшее развитие эти методы получили в трудах советских ученых Н.И.Левитского, П.П.Добровольского, С.А.Черкудинова и др. [1].

Алгебраические методы основаны на использовании функции разности между воспроизводимой и заданной зависимостями

$$\Delta\psi = F(\varphi) - f(\varphi, x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (2.1)$$

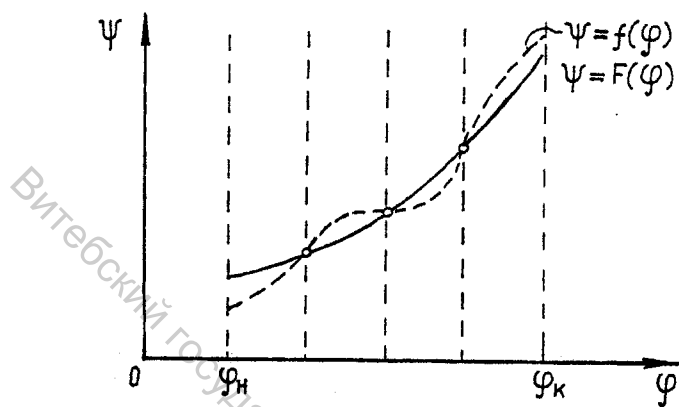
На рис.1.3б показан график функции отклонения. Задача приближения заданной зависимости посредством воспроизводимой может быть сведена к минимизации функции отклонения (2.1). Обозначим эту функцию:

$$\Delta\psi = \delta(\varphi, x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (2.2)$$

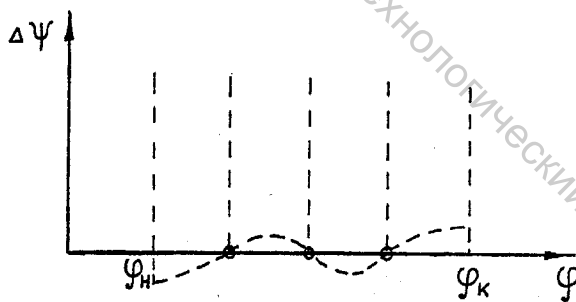
Требуется найти такие значения $x_1, x_2, \dots, x_n$, при которых функция отклонения (2.2) наименее отклоняется от нуля на отрезке $[\varphi_n, \varphi_k]$.

Минимизация (2.2) может быть осуществлена методами интерполирования и квадратического приближения [1]. Остановимся на методе интерполирования.

На отрезке $[\varphi_n, \varphi_k]$ выбирается ряд значений φ : $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_m$ (рис. 2.1). Для этих значений отклонение $\Delta\psi$ приравнивается нулю:



а)



б)

Рис. 1.3. Графики функций:

а) воспроизводимой и заданной;

б) отклонения.

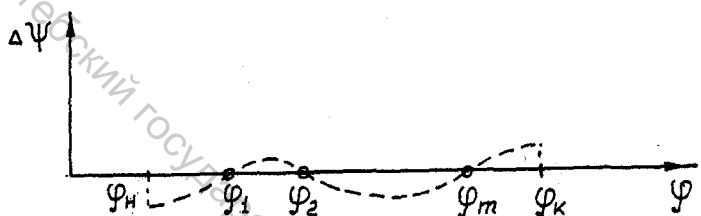


Рис. 2.1. Минимизация $\Delta\Psi$ по методу интерполирования

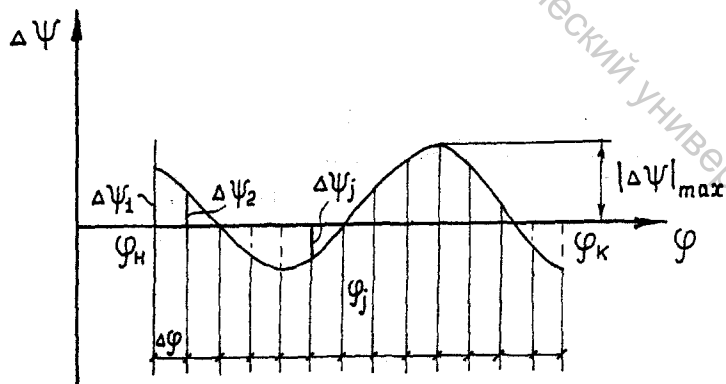


Рис. 2.2. К выполнению $|\Delta\Psi|_{\max}$

$$\begin{aligned}\delta(\varphi_1, x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0, \\ \delta(\varphi_2, x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0, \\ &\dots\dots\dots \\ \delta(\varphi_m, x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0.\end{aligned}\tag{2.3}$$

Так как в уравнениях системы (2.3) $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_m$ - численные значения φ , то эти уравнения можно представить в виде:

$$\begin{aligned}\delta_1(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0, \\ \delta_2(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0, \\ &\dots\dots\dots \\ \delta_m(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0.\end{aligned}\tag{2.4}$$

Получили систему уравнений, содержащую n неизвестных. Условие совместности системы: $m = n$. Следовательно, число m значений φ , для которых функция отклонения приравняется нулю, и число узлов интерполирования не может быть больше числа искомых параметров схемы механизма.

Уравнения системы (2.4) являются трансцендентными, т.е. существенно нелинейными. К сожалению, отсутствуют детерминированные методы решения систем нелинейных уравнений.

Численные же методы в общем случае не приводят к решению системы [2]. Методы интерполирования эффективны при небольшом числе узлов интерполирования, обычно $m < 5$. Алгебраические методы синтеза механизмов нашли ограниченное применение в инженерной практике.

2.2. Оптимизационные методы синтеза

2.2.1. Постановка задачи оптимизационного синтеза

Оптимизационные методы синтеза механизмов получили развитие в конце 60-х годов двадцатого столетия в связи с широким внедрением в науку и практику электронных цифровых вычислительных машин и методов машинной оптимизации [8, 10].

При оптимизационном синтезе используется интегральный критерий функции отклонения на отрезке приближения в виде среднего квадратического отклонения, максимального модуля отклонения и др.

Например, для функции отклонения (2.2) (рис. 2.2.) на отрезке $[\varphi_n, \varphi_k]$ можно вычислить максимальное по модулю значение

$$|\Delta\psi|_{\max} = \max \{ |\Delta\psi_j| \}, j = 1, 2, \dots, p,\tag{2.5}$$

где: p - общее число вычислений на отрезке $[\varphi_n, \varphi_k]$,

$\Delta\psi_j$ - значение функции отклонения для $\varphi = \varphi_j$.

Так как при расчете $\Delta\psi_j$ в выражения функции отклонения подставляются численные значения $\varphi = \varphi_j$, то $|\Delta\psi|_{\max}$ не является функцией φ . Следовательно, можно записать:

$$|\Delta\psi|_{\max} = \lambda(x_1, x_2, \dots, x_n). \quad (2.6)$$

Величина $|\Delta\psi|_{\max}$ характеризует степень приближения воспроизводимой зависимости к заданной на отрезке $[\varphi_n, \varphi_x]$. Поэтому можно поставить задачу минимизации функции (2.6) посредством варьирования параметров $x_1, x_2, \dots, x_n$.

Таким образом, задача синтеза механизма приводится к задаче минимизации функции (2.6), называемой целевой функцией.

В процессе минимизации (2.6) могут учитываться ограничения на параметры схемы $x_1, x_2, \dots, x_n$, на значения функций этих параметров, как линейные, так и нелинейные.

Например, часто требуется ограничить предельные значения параметров схемы:

$$x_{i\min} \leq x_i \leq x_{i\max} \quad (2.7)$$

$$i = 1, 2, \dots, n.$$

Это ограничение может быть записано в виде неравенств:

$$x_i - x_{i\min} \geq 0, \quad (2.8)$$

$$x_{i\max} - x_i \geq 0. \quad (2.9)$$

Иногда требуется иметь ограничения какой-либо характеристики механизма, являющейся нелинейной функцией параметров механизма (например, углов передачи в шарнирах). В общем случае эти ограничения приводятся к неравенству

$$g(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq 0. \quad (2.10)$$

Возможность учета ограничений имеет исключительно важное значение для инженерной практики, так как в конечном итоге требуется получить механизм, удовлетворяющий ряду конструктивных ограничений.

Таким образом, задача синтеза механизма сводится к задаче минимизации целевой функции (2.6) с учетом ограничений (2.8) - (2.10). Методы минимизации нелинейных целевых функций можно подразделить на две группы: регулярные и случайные. К регулярным относятся метод наискорейшего спуска, метод Гаусса-Зайделя. К случайным - метод статистических испытаний. Рассмотрим эти методы.

2.2.2. Метод наискорейшего спуска

Требуется минимизировать целевую функцию $\lambda(x_1, x_2, \dots, x_n)$ с учетом ограничений (2.8) - (2.10).

При минимизации методом наискорейшего спуска все параметры изменяются одновременно от некоторых начальных значений $x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}$ с шагом h_i ($i = 1, 2, \dots, n$). При этом величина приращения $\Delta x_i^{(k)}$ каждого параметра x_i на k -ом шаге оптимизации определяется по формуле

$$\Delta x_i^{(k)} = \frac{\left(\frac{\partial \lambda(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_i} \right)_{(k-1)}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial \lambda(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_i} \right)_{(k-1)}^2}} \cdot h_i$$

где: k - номер шага, $k = 1, 2, \dots$;

$\left(\frac{\partial \lambda(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_i} \right)_{(k-1)}$ - значение частной производной от $\lambda(x_1, x_2, \dots, x_n)$ по

x_i при значениях $x_1, x_2, \dots, x_n$, взятых на предыдущем шаге;

h_i - значение шага, подбираемое опытным путем, оно может быть равным для линейных параметров (в мм) 0,1; 1, ... для угловых (в рад): 0,001, 0,01 и т.д.

Целевые функции (2.6) даже для простейших рычажных механизмов имеют сложное выражение, что затрудняет их дифференцирование. Поэтому

обычно частные производные $\left(\frac{\partial \lambda(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_i} \right)_{(k-1)}$ заменяют отношением

конечных разностей $\left(\frac{\delta \lambda(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\delta x_i} \right)_{(k-1)}$,

где: δx_i - приращение параметра x_i , $\delta \lambda(x_1, x_2, \dots, x_n)$ - соответствующее приращение целевой функции.

На каждом шаге минимизации производится вычисление параметров схемы, значения целевой функции, сравнение его со значением целевой функции на предыдущем шаге, проверка выполнения неравенств (2.8) - (2.10). Процесс минимизации заканчивается, если получено значение целевой функции большее, чем на предыдущем шаге, или не выполняется хотя бы одно из неравенств. При этом параметры схемы, полученные на шаге, предшествующем последнему, принимаются за оптимальные. Методом наискорейшего спуска получают так называемый локальный минимум целевой функции, то есть один из возможных минимумов. Величина этого минимума зависит от тех начальных значений параметров схемы, которые были приняты при оптимизации в качестве начальных.

2.2.3. Метод Гаусса-Зайделя

При минимизации целевой функции $\lambda(x_1, x_2, \dots, x_n)$ с учетом ограничений (2.8) - (2.10) методом Гаусса-Зайделя параметры изменяются поочередно на величину Δx_i . Сначала изменяется x_1 , затем x_2 и т.д. Таким образом, на каждом этапе минимизации целевая функция рассматривается как функция одной переменной. Для i -го параметра на k -ом шаге минимизации приращение $\Delta x_i^{(k)}$ определяется по формуле:

$$\Delta x_i^{(k)} = \begin{cases} -\Delta x_i, & \text{если } \left(\frac{\partial \lambda(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_i} \right)_{(k-1)} \geq 0, \\ \Delta x_i, & \text{если } \left(\frac{\partial \lambda(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_i} \right)_{(k-1)} < 0, \end{cases}$$

где: Δx_i - модуль шага изменения параметра x_i , постоянный для всех шагов минимизации.

В остальном процедура минимизации целевой функции остается такой же, как и методом наискорейшего спуска. Методом Гаусса-Зайделя получают локальный минимум целевой функции.

2.2.4. Метод статистических испытаний (Монте-Карло)

При минимизации целевой функции $\lambda(x_1, x_2, \dots, x_n)$ с учетом ограничений (2.8) - (2.10) методом статистических испытаний на k -ом шаге все параметры схемы изменяются случайным образом. Каждый i -ый параметр x_i может принимать любые значения на интервале $[x_{imax}, x_{imin}]$. Это можно представить в виде:

$$x_i^{(k)} = (x_{imax} - x_{imin}) c_i + x_{imin} \quad (2.11)$$

где: $i = 1, 2, \dots, n$,

c_i - случайная величина, принимающая любые значения на интервале $0 \dots 1$.

На ЭЦВМ генерируют N наборов случайных чисел $(c_1, c_2, \dots, c_n)$, для каждого набора определяют по формуле (2.11) параметры x_i , значения целевой функции $\lambda(x_1, x_2, \dots, x_n)$ и функции $g(x_1, x_2, \dots, x_n)$. По мере вычислений запоминаются лишь те наборы параметров $(x_1, x_2, \dots, x_n)$, которым соответствуют минимальные значения целевой функции, и выполнение ограничения (2.10), остальные наборы отбрасываются.

При проведении N вычислений (испытаний) получают значения $(x_1, x_2, \dots, x_n)$, соответствующие минимуму целевой функции и выполнение ограничения (2.10). При $N \geq 10^7$ полученный минимум целевой функции с большой вероятностью может считаться глобальным минимумом, т.е. наименьшим из всех возможных минимумов.

2.3. Геометрические методы

Исходные условия на геометрический синтез механизмов можно получить на основе интерполяционного приближения воспроизводимой зависимости к заданной.

Пусть требуется, чтобы график воспроизводимой зависимости $\psi = f(\varphi)$ механизма пересекался с графиком заданной зависимости $\psi = F(\varphi)$ в четырех точках (рис. 2.3.) с абсциссами: $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$ и ординатами $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4$.

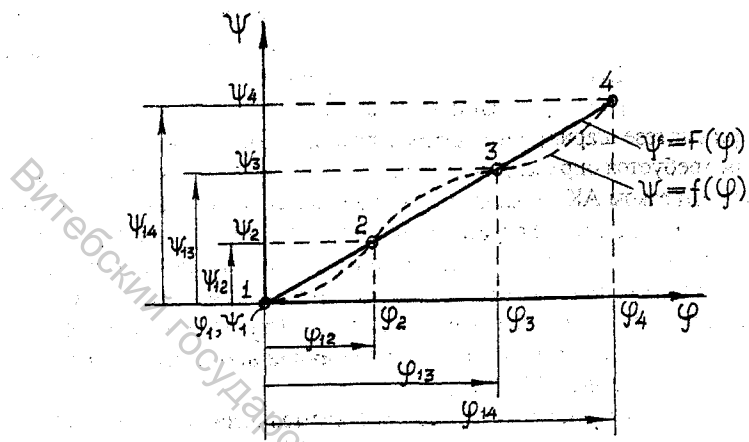


Рис. 2.3.

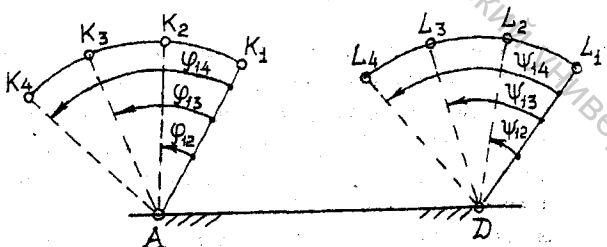


Рис. 2.4.

Из этого следует, что в проектируемом механизме (рис. 2.4.) при повороте ведущего звена АК из положений АК₁ в АК₂, АК₃ и АК₄, отстоящим на углы $\varphi_{12} = \varphi_2 - \varphi_1$, $\varphi_{13} = \varphi_3 - \varphi_1$ и $\varphi_{14} = \varphi_4 - \varphi_1$, должны соответствовать положения DL₁, DL₂, DL₃ и DL₄ ведомого звена DL, отстоящие на углы

$$\psi_{12} = \psi_2 - \psi_1, \psi_{13} = \psi_3 - \psi_1 \text{ и } \psi_{14} = \psi_4 - \psi_1.$$

При синтезе шарнирного четырехзвенника ABCD (рис. 1.1.) по указанным условиям требуется определить для первого положения ведущего звена, заданного отрезком АК₁, положение В₁ шарнира В, а для первого положения ведомого звена, заданного отрезком DL₁, положение С₁ шарнира С. Для решения задачи рассматривается движение ведущего звена относительно первого положения неподвижного ведомого. В этом движении все положения шарнира В лежат на окружности с центром в С₁. При этом используются методы кинематической геометрии, разработанной немецким ученым Л.Бурместером в конце XIX века [1].

Геометрические методы синтеза механизмов отличаются наглядностью, относительной простотой, однако уступают алгебраическим и оптимизационным методам в точности решений. Тем не менее, точность, достигаемая геометрическими методами, часто оказывается удовлетворительной в практике проектирования машин легкой и текстильной промышленности. Кроме того, геометрические методы могут применяться для определения начальных значений параметров схемы механизмов, которые затем подлежат уточнению оптимизационными методами синтеза.

3. ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ КИНЕМАТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ

3.1. Основная задача кинематической геометрии

Кинематическая геометрия рассматривает отдельные положения плоской фигуры, движущейся плоско-параллельно относительно неподвижной плоскости, принимаемой совпадающей с плоскостью чертежа. На рис. 3.1. положения $s_1, s_2, \dots, s_5$ плоской фигуры s представлены положениями отрезка AF. Если в положении s_1 выбрать произвольно точку В₁, то для положения $s_2, \dots, s_5$ эта точка будет занимать положения В₂, ..., В₅.

Основная задача кинематической геометрии состоит в том, чтобы для заданных n положений плоской фигуры $s_1, s_2, \dots, s_n$ найти в положении s_1 такую точку В₁, которая бы со своими положениями В₂, В₃, ..., В₅ лежала на одной окружности К₁ и найти центр С этой окружности. Искомая точка В₁ называется круговой, а искомый центр окружности С - центром поворота.

Если $n \leq 3$, то любая точка В₁ является круговой, т.к. через любые две или три точки можно провести окружность. Если $n = 4$, то окружность, проходящая через В₁, В₂ и В₃, как правило, не пройдет через В₄. Л.Бурместер доказал, что в этом случае в s_1 существует целое геометрическое место круговых точек В₁.

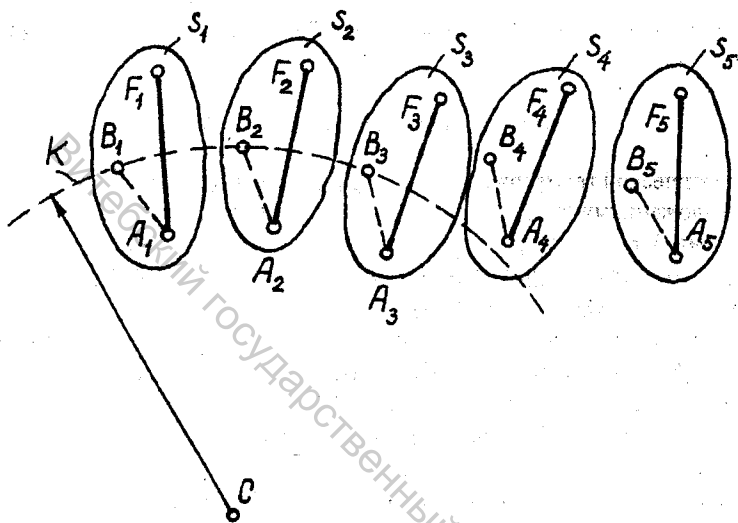


Рис. 3.1.

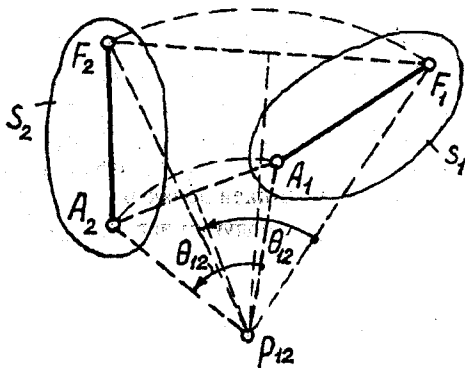


Рис. 3.2.

Геометрическое место таких точек представляет собой кривую 2-го порядка и называется кривой круговых точек. Геометрическое место соответствующих центров поворота C называется кривой центров.

Если $n = 5$, то в s_1 может быть найдено или две, или четыре, или ни одной круговой точки B_1 .

3.2. Два положения плоской фигуры

В кинематической геометрии положения плоской фигуры обычно задаются не положениями отрезка, а полюсами и углами поворота. Пусть заданы отрезками A_1F_1 и A_2F_2 два положения s_1 и s_2 плоской фигуры s (рис. 3.2.). Из теоретической механики известно, что перемещение отрезка из одного положения в другое может быть выполнено поворотом этого отрезка вокруг некоторого полюса поворота. Для двух положений A_1F_1 и A_2F_2 полюс поворота находится на пересечении перпендикуляров, восстановленных из середин отрезков A_1A_2 и F_1F_2 , а угол поворота θ_{12} - из равенства: $\theta_{12} = \angle A_1P_{12}A_2 = \angle F_1P_{12}F_2$. Угол θ_{12} принимается положительным, если поворот фигуры производится против хода часовой стрелки.

Для произвольно выбранной в s_1 круговой точки B_1 справедливы равенства: $r_{12}B_1 = r_{12}B_2$; $\angle B_1P_{12}B_2 = \theta_{12}$.

Рассмотрим решения двух задач об отыскании круговой точки и соответствующего центра поворота C для двух положений плоской фигуры, заданных полюсом r_{12} и углом поворота θ_{12} . Эти решения в последующем используются для синтеза механизмов.

Задача № 1. Заданы положения полюса r_{12} и круговой точки B_1 , угол θ_{12} . Требуется определить положение центра поворота C .

Решение задачи следующее (рис. 3.3.). Соединим прямой линией полюс r_{12} и точку B_1 . Прямую $r_{12}B_1$ повернем на угол $\theta_{12}/2$, в результате получим новую прямую m_c - геометрическое место искомых центров поворота C .

Задача № 2. Заданы положения полюса r_{12} и центра поворота C , угол θ_{12} . Требуется определить положения круговой точки B_1 . Решение задачи следующее (рис. 3.4.). Соединим прямой линией полюс r_{12} и точку C . Прямую $r_{12}C$ повернем на угол $(-\theta_{12}/2)$, в результате получим новую прямую m_{B_1} - геометрическое место точек B_1 .

3.3. Бесконечно близкие положения плоской фигуры

Обратимся к рис.3.2., на котором изображены два положения s_1 и s_2 плоской фигуры (r_{12} - полюс поворота, θ_{12} - угол поворота). Если положение s_2 непрерывно приближать к положению s_1 , то в пределе получим два бесконечно близких положения s_1 и s'_1 (рис. 3.5.), при этом отрезки A_1F_1 (рис. 1) и A_2F_2

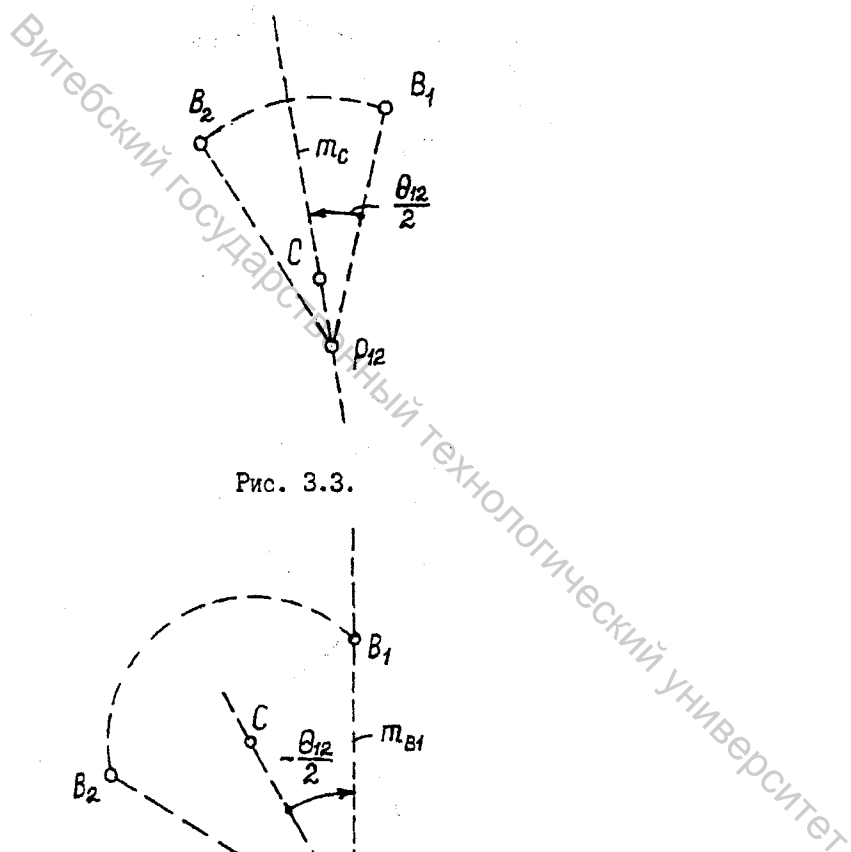


Рис. 3.3.

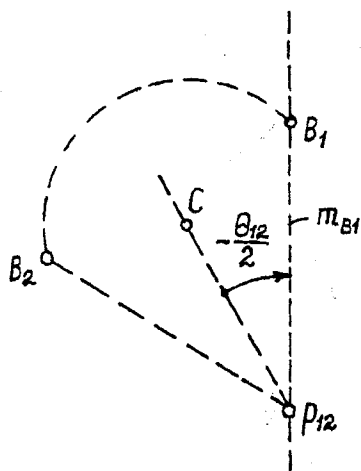


Рис. 3.4.

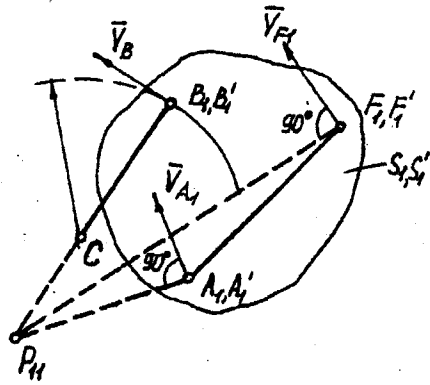


Рис. 3.5.

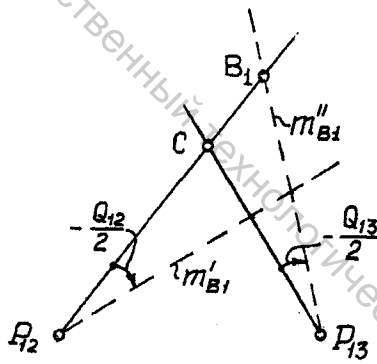


Рис. 3.6.

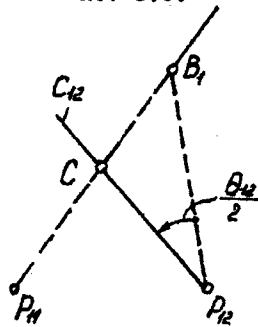


Рис. 3.7.

совпадут, а линии, соединяющие точки A_1, A_2 и F_1, F_2 перейдут в прямые, совпадающие с направлениями скоростей V_{A1} и V_{F1} точек A_1 и F_1 , полюс поворота p_{12} (рис. 3.2.) становится полюсом мгновенного поворота p_{11} , лежащим на пересечении перпендикуляров, проведенных к направлению V_{A1} в точке A_1 и к направлению V_{F1} в точке F_1 .

Считают, что окружность в том случае проходит через B_1 и B'_1 , если она является касательной к направлению скорости V_B в этой точке. При заданных полюсе p_{11} и круговой точке B_1 геометрическим местом центров поворота C является прямая $p_{11}B_1$. При заданных полюсе p_{11} и центре поворота C прямая $p_{11}C$ является геометрическим местом соответствующих круговых точек B_1 .

3.4. Три положения плоской фигуры

Три положения s_1, s_2 и s_3 плоской фигуры могут быть заданы полюсами p_{12}, p_{13} и углами поворота θ_{12}, θ_{13} . Решим задачу об отыскании круговой точки B_1 при заданных $p_{12}, p_{13}, \theta_{12}, \theta_{13}$ и центре поворота C (рис. 3.6.). Решение сводится к использованию метода, использованного при решении задачи № 2 для двух положений (рис. 3.4.). Соединим прямой полюс p_{12} и точку C . Прямую $p_{12}C$ повернем на угол $(-\theta_{12}/2)$, в результате получим новую прямую m'_{B_1} - геометрическое место точек B_1 , соответствующих положениям s_1 и s_2 . Затем соединим прямой полюс p_{13} и точку C . Прямую $p_{13}C$ повернем на угол $(-\theta_{13}/2)$, в результате получим прямую m''_{B_1} , соответствующую положениям s_1 и s_3 . Искомая круговая точка B_1 , соответствующая трем заданным положениям s_1, s_2 и s_3 , определится в пересечении прямых m'_{B_1} и m''_{B_1} .

Рассмотрим случай, когда полюсами p_{12}, p_{11} и углом θ_{12} (рис. 3.7.) заданы три положения плоской фигуры s_1, s_2 и s'_1 , два из которых s_1 и s'_1 являются бесконечно близкими. В положении s_1 произвольно выберем точку B_1 и найдем соответствующий центр поворота C , т.е. центр окружности, проходящей через B_1 и B_2 и касательной к направлению скорости V_B в точке B_1 . Геометрическим местом центров окружностей, проходящих через B_1 и B_2 , является прямая $p_{12}C_{12}$, полученная поворотом прямой $p_{12}B_1$ на угол $\theta_{12}/2$, а геометрическим местом окружностей, проходящих через B_1 и B'_1 - прямая $p_{11}B_1$; центр C окружности, проходящей через три точки B_1, B'_1 и B_2 , определяется в пересечении указанных прямых.

3.5. Четыре положения плоской фигуры

Четыре положения плоской фигуры s_1, s_2, s_3, s_4 задаются полюсами p_{12}, p_{13}, p_{14} , углами $\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{14}$. Можно также задать дополнительно полюса p_{23}, p_{24}, p_{34} , при этом углы $\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{14}$ определяются при известных положениях $p_{12}, p_{13}, p_{14}, p_{23}, p_{24}, p_{34}$ [1]. Существуют различные методы построения кривой центров,

т.е. геометрического места расположения центров поворота C , соответствующих s_1, s_2, s_3, s_4 [1]. Рассмотрим один из них - способ Альта. Этот способ основан на использовании равенства: $\angle p_{13}Mr_{23} = \angle p_{14}Mr_{24}$, которому должна удовлетворять каждая точка M кривой центров M^{1234} . Пусть заданы полюсами $p_{13}, p_{23}, p_{14}, p_{24}$ четыре положения плоской фигуры s_1, s_2, s_3, s_4 (рис. 3.8.). Разделим хорды $p_{13}r_{23}$ и $p_{14}r_{24}$ пополам. Точки этого деления обозначим соответственно D_0 и E_0 и восстановим из них перпендикуляры d и e к соответствующим хордам. На произвольной оси Ox отложим отрезки $OD_0 = p_{13}D_0$ и $OE_0 = p_{14}E_0$, из точек D_0 и E_0 восстановим перпендикуляры d_0 и e_0 к оси x . Проведем через точку O произвольный луч OZ' , который пересечет прямые d_0 и e_0 в точках D'_0 и E'_0 . Тогда отрезки OD'_0 и OE'_0 определяет радиусы таких окружностей m'_d и m'_e , опирающихся соответственно на хорды $p_{13}r_{23}$ и $p_{14}r_{24}$, точки пересечения которых M и M' принадлежат кривой центров M^{1234} . Центры этих окружностей D' и E' будут лежать соответственно на прямых d и e . Центр D' может быть выбран на прямой d по любую сторону от хорды $p_{13}r_{23}$. После этого центр E' должен быть выбран на прямой e по ту сторону от хорды $p_{14}r_{24}$, где удовлетворится равенство: $\angle p_{13}D'r_{23} = \angle p_{14}E'r_{24}$.

Проводя последовательно другие лучи $OZ'', OZ''', \dots$ и описывая соответственные окружности, опирающиеся на хорды $p_{13}r_{23}$ и $p_{14}r_{24}$, построим по точкам всю кривую M^{1234} .

Практическое значение имеют случаи особого расположения полюсов $p_{12}, p_{13}, p_{14}, p_{23}, p_{24}, p_{34}$ на прямых, симметричных относительно точки на этой прямой.

В этих случаях кривая центров вырождается в окружность и прямую, проходящие через полюса [3]. Эти случаи рассмотрены в разделах 7, 8 настоящего учебного пособия.

Пусть заданы полюсами p_{12}, p_{11}, p_{22} и углом θ_{12} (рис. 3.9.) четыре положения плоской фигуры: s_1, s_2, s'_1 и s'_2 при этом положения s_1 и s'_1, s_2 и s'_2 бесконечно близкие друг другу. В этом случае при произвольном выборе точки B_1 нельзя найти центр поворота C , так как окружность, проходящая через B_1, B'_1 и B_2 , как правило не пройдет через B'_2 . Имеются методы [1], с помощью которых при заданных p_{12}, p_{11}, p_{22} и θ_{12} можно построить геометрическое место точек B_1 (кривую круговых точек) и соответствующее геометрическое место центров поворота C (кривую центров). На рис. 3.9. изображен участок кривой центров m_{1122} при произвольном расположении полюсов p_{12}, p_{11}, p_{22} . Эта кривая проходит через все полюса.

Практический интерес представляет случай особого расположения полюсов p_{12}, p_{11}, p_{22} (это зависит от задания положений s_1 и s'_1, s_2 и s'_2 плоской фигуры), когда $p_{11}p_{12} = p_{22}p_{12}$, а $\angle p_{11}p_{12}p_{22} = \theta_{12}$ (рис. 3.10). В этом случае кривая центров m_{1122} распадается на две части: окружность, проходящую через p_{11}, p_{22}, p_{12} и

прямую, совпадающую с биссектрисой $\angle p_{11}p_{12}p_{22}$. Соответствующая кривая круговых точек m_{B1122} распадается на окружность, построенную на $p_{11}p_{12}$, как на диаметре, и прямую, проходящую через полюса p_{12} и p_{11} . Подробнее об этом см. в [1].

4. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ ДВУХКОРОМЫСЛОВОГО ШАРНИРНОГО ЧЕТЫРЕХЗВЕННИКА ПО ДВУМ ПОЛОЖЕНИЯМ

4.1. Постановка задачи

На рис. 4.1. показаны два положения шарнирного четырехзвенника: первое - AB_1C_1D и второе AB_2C_2D . Требуется определить относительные длины звеньев $x_1 = AB/AD$; $x_2 = BC/AD$; $x_3 = CD/AD$ и первое положение шарнирного четырехзвенника, определяемое углами x_4 и x_5 , у которого при переходе из первого положения во второе заданному углу поворота φ_{12} ведущего звена AB соответствует заданный угол поворота ψ_{12} ведомого звена CD . Значения углов φ_{12} и ψ_{12} указываются со знаками + или -. Знак + соответствует повороту звена против хода часовой стрелки.

Это есть частный случай воспроизведения заданной зависимости (2.1) посредством интерполяционного ее приближения при двух значениях φ : $\varphi_1 = 0$; $\varphi_2 = \varphi_{12}$.

4.2. Положения ведущего звена относительно ведомого

Решение указанной задачи синтеза возможно с использованием приведенных выше сведений из кинематической геометрии. Для этого необходимо рассмотреть относительные положения ведущего (AB) и ведомого (CD) звеньев шарнирного четырехзвенника.

Представим себе обращенный четырехзвенник C_1B_1AD (рис. 4.2.), отличающийся от проектируемого (рис. 4.1.) только тем, что неподвижным звеном в нем является не AD , а C_1D . Для обращенного механизма рассмотрим два положения C_1B_1AD и $C_1B^2A^2D$, тождественные соответственно первому и второму положениям проектируемого четырехзвенника (рис. 4.1.). Для построения положения $C_1B^2A^2D$ достаточно фигуру AB_2C_2D , образованную проектируемым четырехзвенником во втором положении, повернуть, как жесткую, вокруг D на угол $(-\psi_{12})$ до совмещения точки C_2 с точкой C_1 . При этом точка A перейдет в положение A^2 , а точка B_2 - в положение B^2 .

Для двух относительных положений AB_1 и A^2B^2 звена AB точка B_1 является круговой, а точка C_1 - соответствующим центром поворота. Для этих положений AB_1 и A^2B^2 полюс поворота p_{12} определится в пересечении

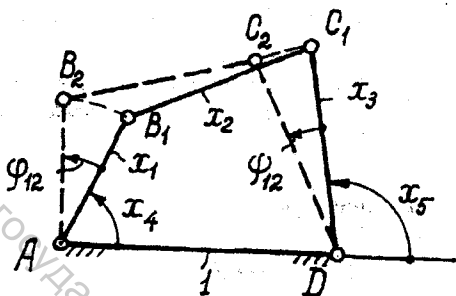


Рис. 4.1.

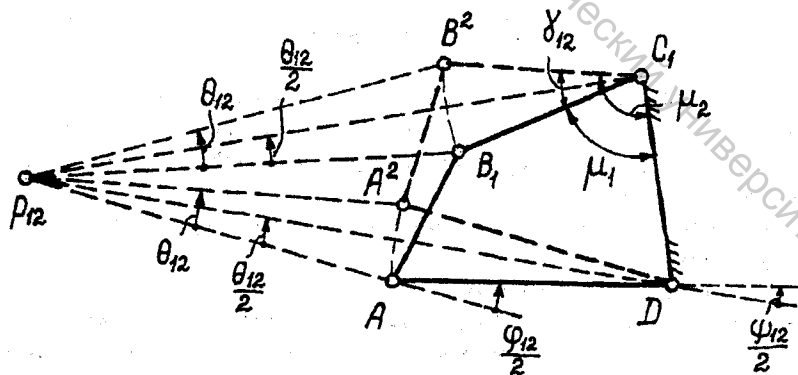


Рис. 4.2.

перпендикуляров, восстановленных к серединам отрезков AA^2 и B_1B^2 , а угол поворота θ_{12} из равенств: $\theta_{12} = \angle Ar_{12}A^2 = B_1r_{12}B^2$.

Полус r_{12} и угол θ_{12} могут быть определены и другим способом, если известны положение стойки AD , углы φ_{12} и ψ_{12} . Рассмотрим этот способ.

В треугольнике $Ar_{12}D$ (рис. 4.2.) углы при вершинах D и r_{12} равны соответственно $\psi_{12}/2$ и $\theta_{12}/2$. Внешний угол $\angle A$ при вершине A равен:

$$\angle A = \theta_{12}/2 + \psi_{12}/2. \quad (4.1)$$

θ_{12} можно рассматривать как угол поворота ведущего звена AB относительно ведомого CD . Этот угол равен алгебраической разности углов φ_{12} и ψ_{12} поворота этих звеньев относительно стойки AD :

$$\theta_{12} = \varphi_{12} - \psi_{12}. \quad (4.2)$$

Преобразуем это уравнение к виду:

$$\varphi_{12}/2 = \theta_{12}/2 + \psi_{12}/2. \quad (4.3)$$

Из (4.1) и (4.3) следует, что $\angle A = \varphi_{12}/2$.

Таким образом, для определения r_{12} и θ_{12} при заданных φ_{12} и ψ_{12} следует: произвольно выбрать длину стойки AD , в точке A от направления AD отложить угол $(-\varphi_{12}/2)$, а в точке D отложить от того же направления AD угол $(-\psi_{12}/2)$, в пересечении сторон углов определить полус r_{12} . Угол поворота θ_{12} определяется из равенства (4.2). Угол при вершине r_{12} треугольника $Ar_{12}D$ равен $\theta_{12}/2$.

При известных r_{12} и θ_{12} задача об отыскании шарниров B_1 и C_1 проектируемого четырехзвенника сводится к определению круговой точки и центра поворота, т.е. к задачам № 1 и № 2, решение которых приведено в подразделе 3.2 настоящего учебного пособия.

4.3. Порядок синтеза

На основании изложенного порядок решения задачи синтеза четырехзвенника по заданным φ_{12} и ψ_{12} может быть следующим (рис. 4.3):

- 1) выбирается стойка AD произвольной или требуемой длины, эта длина принимается за единицу;
- 2) по заданным φ_{12} и ψ_{12} определяется полус поворота r_{12} и угол поворота θ_{12} ;
- 3) далее возможны два варианта.

Произвольно выбирается шарнир B_1 (круговая точка) и с помощью полуса поворота r_{12} и угла θ_{12} определяется прямая m_{C1} - геометрическое место шарниров C_1 (центров поворота), (см. решение задачи № 1). На прямой m_{C1} произвольно выбирается шарнир C_1 .

Произвольно выбирается шарнир C_1 (центр поворота) и с помощью полуса поворота r_{12} и угла θ_{12} определяется прямая m_{B1} - геометрическое место

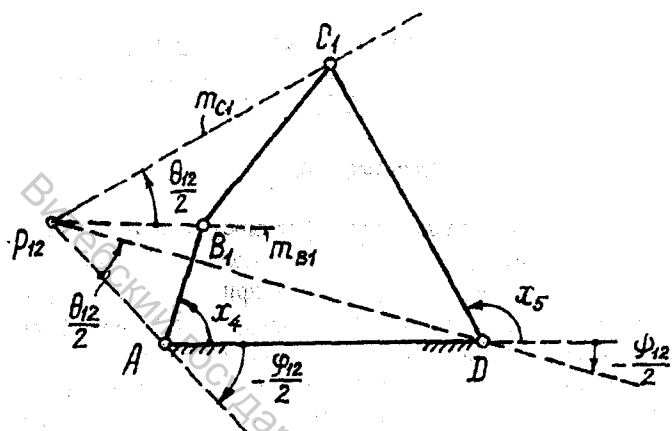


Рис. 4.3.

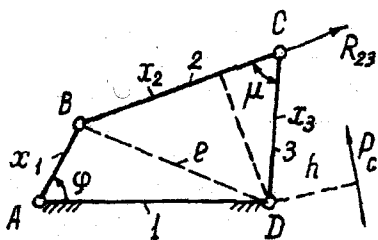


Рис. 4.4.

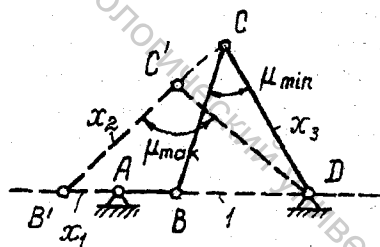


Рис. 4.5.

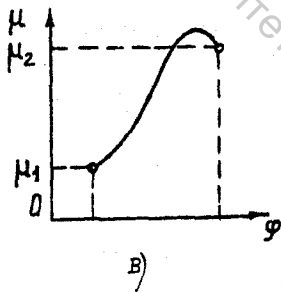
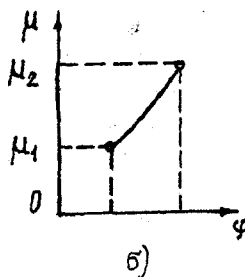
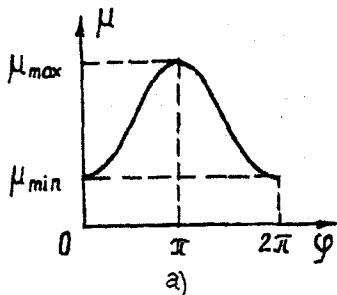


Рис. 4.6.

шарниров B_1 (круговых точек), (см. решение задачи № 2). На прямой m_{B_1} произвольно выбирается шарнир B_1 ;

4) соединив точки A, B_1, C_1, D , получим первое положение проектируемого четырехзвенника. После этого определим параметры схемы механизма: $x_1 = AB_1/AD$; $x_2 = B_1C_1/AD$; $x_3 = C_1D/AD$, x_4, x_5 .

4.4. Учет углов передачи при синтезе четырехзвенника по двум положениям

Рассмотренный метод синтеза шарнирного четырехзвенника по двум положениям ведущего и ведомого звеньев позволяет получать множество решений. Поставим задачу отыскать такие решения, при которых имеют место наиболее благоприятные условия передачи сил в шарнирном четырехзвеннике.

На рис. 4.4 показаны силы, действующие на ведомое звено CD : R_{23} - реакция шатуна BC , P_C - сила полезного сопротивления. Силами трения в шарнирах C и D ввиду их малости пренебрегаем, считаем, что силы инерции отсутствуют, реакция шарнира D на рис. 4.4 не показана.

Реакция R_{23} определится из условия статического равновесия звена CD :

$$R_{23} = \frac{P_C \cdot h}{CD \cdot \sin \mu}, \quad (4.4)$$

где μ - угол между направлениями R_{23} и CD . Из формулы (4.4) следует, что μ влияет на величину реакции R_{23} . Угол μ называется углом передачи. Наименьшее значение μ получим при $\sin \mu = 1$ и $\mu = \pi/2$. При $\mu = 0$ и $\mu = \pi$ механизм заклинивается, т.к. перемещение ведомого звена становится невозможным при любой сколько угодно большой реакции R_{23} .

В реальных условиях работы исполнительных рычажных механизмов на звенья действуют силы инерции. В результате реакция R_{23} не совпадает с направлением BC . Поэтому условия передачи сил могут стать неблагоприятными даже при $\mu > 0$. Учитывая это, для шарнирных механизмов устанавливают для μ предельное допустимое значение $\mu_{\text{доп}} \gg 0$. Обычно $\mu_{\text{доп}} = 30^\circ \dots 40^\circ$. Таким образом, при синтезе шарнирного четырехзвенника необходимо выбирать такие решения, при которых углы передачи μ удовлетворяют условию

$$\mu_{\text{доп}} \leq \mu \leq \pi - \mu_{\text{доп}}. \quad (4.5)$$

Для оптимизации реакций в шарнирах нужно, чтобы при работе механизма угол передачи имел наименьшее отклонение от $\pi/2$.

Рассмотрим характер изменения μ в шарнирном четырехзвеннике в зависимости от угловой координаты φ ведущего звена AB (рис. 4.4).

Обозначим: $e = BD/AD$. Из $\triangle ABD$ и $\triangle BCD$ по теореме $\cos$ имеем:

$$\begin{aligned} e^2 &= x_1^2 + 1 - 2x_1 \cos \varphi, \\ e^2 &= x_2^2 + x_3^2 - 2x_2 x_3 \cos \mu. \end{aligned}$$

Приравнивая правые части уравнений, получим:

$$x_1^2 + 1 - 2x_1 \cos \varphi = x_2^2 + x_3^2 - 2x_2 x_3 \cos \mu.$$

Откуда:

$$\cos \mu = (x_2^2 + x_3^2 - x_1^2 - 1 + 2x_1 \cos \varphi) / 2x_2x_3.$$

Для определения значений φ , соответствующих экстремумам μ , продифференцируем по φ обе части уравнения. В результате получим: $d\mu/d\varphi = x_1 \sin \varphi / x_2x_3 \sin \mu$. Условие экстремумов μ : $x_1 \sin \varphi / x_2x_3 \sin \mu = 0$. Так как $\sin \mu \neq 0$, то $\sin \varphi = 0$. Следовательно экстремальные значения μ соответствуют $\varphi = 0$ и $\varphi = \pi$. При этом шарнир В ведущего звена АВ расположен на линии AD (рис. 4.5).

На рис. 4.6 показаны графики изменения μ для проворачивающегося (рис. 4.6а) и неповорачивающегося (рис. 4.6б,в) четырехзвенников.

Практический интерес представляют такие механизмы, у которых при заданных φ_{12} и ψ_{12} углы передачи μ наименее отклоняются от $\pi/2$. Другими словами, желательно так подобрать параметры механизма, чтобы функция

$$\mu = \arccos (x_2^2 + x_3^2 - x_1^2 - 1 + 2x_1 \cos \varphi) / 2x_2x_3 \quad (4.6)$$

на интервале φ_{12} наименее отклонялась от заданного значения $\pi/2$. Согласно теореме П.Л.Чебышева "О наилучшем приближении функции" для выполнения этого условия необходимо так подобрать параметры функции (4.6), чтобы предельные отклонения этой функции от $\pi/2$ на заданном интервале φ_{12} были бы равны по абсолютной величине и обратны по знаку:

$$\begin{aligned} \mu_2 - \pi/2 &= -(\mu_1 - \pi/2), \\ \mu_2 - \pi/2 &= \pi/2 - \mu_1. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Необходимо, чтобы на отрезке φ_{12} величина μ изменялась монотонно (см. рис. 4.6б). При этом

$$\mu_1 \leq \mu \leq \mu_2. \quad (4.8)$$

Кроме того, для выполнения условия (4.5) необходимо, чтобы:

$$\mu_1 \geq \mu_{\text{доп}}. \quad (4.9)$$

Рассмотрим, как можно выполнить условия (4.7) - (4.9) при синтезе шарнирного четырехзвенника по заданным φ_{12} и ψ_{12} .

Возвратимся к рис. 4.2, на котором обращенный четырехзвенник показан в двух положениях, тождественных первому и второму положениям проектируемого механизма (рис. 4.1). Из этого рис. следует: $\angle B^2C_1D = \angle B_2C_2D = \mu_2$; $\angle B_1C_1D = \mu_1$. Обозначим: $\angle B_1C_1B^2 = \gamma_{12}$. Из построений на рис. 4.2 имеем: $\angle B_1C_1p_{12} = \angle p_{12}C_1B^2 = \gamma_{12}/2$. Выразим μ_1 и μ_2 через γ_{12} : $\mu_1 = \angle p_{12}C_1D - \gamma_{12}/2$; $\mu_2 = \angle p_{12}C_1D + \gamma_{12}/2$. Из этих равенств получим:

$$\mu_2 - \angle p_{12}C_1D = \angle p_{12}C_1D - \mu_1. \quad (4.10)$$

Из (4.10) следует, что условие (4.7) выполняется, если $\angle p_{12}C_1D = \pi/2$. При этом шарнир C_1 должен располагаться на окружности, построенной на $p_{12}D$, как на диаметре. Центр O_c этой окружности расположен в середине отрезка $p_{12}D$.

С учетом изложенного можно предложить следующий порядок синтеза четырехзвенника по заданным φ_{12} и ψ_{12} , с углами передачи, удовлетворяющими условиям (4.7), (4.9) (рис. 4.7):

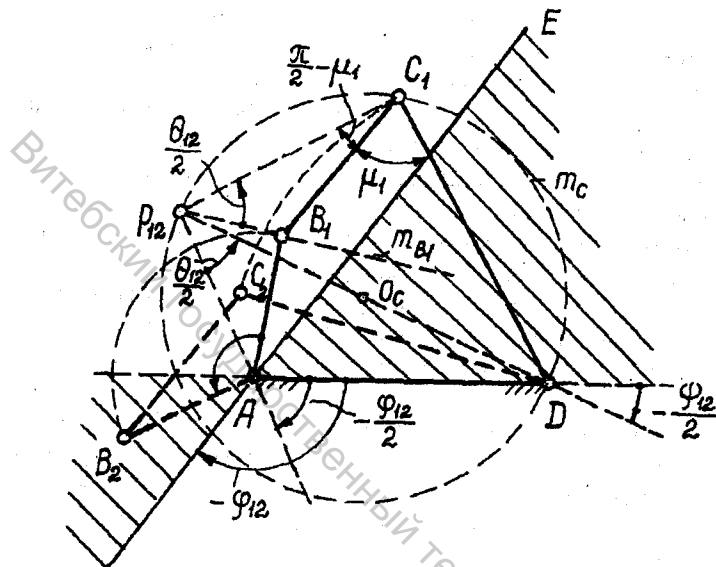


Рис. 4.7.

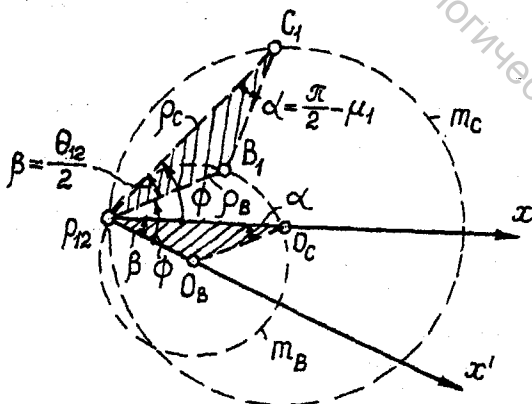


Рис. 4.8.

- 1) произвольно выбирают стойку AD;
- 2) по заданным φ_{12} и ψ_{12} определяют полюс p_{12} и угол θ_{12} ;
- 3) на середине отрезка $p_{12}D$ определяют центр Ос окружности геометрического места точек C_1 , проводят окружность m_C через p_{12} и D;
- 4) на окружности m_C произвольно выбирают точку C_1 , прямую $p_{12}C$ поворачивают на угол $(-\theta_{12}/2)$, получают прямую m_{B_1} - геометрическое место точек B_1 ;
- 5) выбирают согласно (4.9) угол μ_1 , под углом μ_1 через точку C_1 , проводят прямую, в пересечении этой прямой с прямой m_{B_1} определяют точку B_1 ;
- 6) фигура AB_1C_1D определит первое положение искомого четырехзвенника.

Указанный метод синтеза четырехзвенника позволяет удовлетворить условия (4.7) и (4.9) к углам передачи. Условие же (4.8), как это показано на рис. 4.8 в общем случае не удовлетворяется, так как шарнир В ведущего звена при вращении из положения AB_1 в положение AB_2 пересекает стойку AD и, следовательно, имеет место экстремум угла μ (см. рис. 4.6 в). Условие (4.8) будет выполняться, если шарнир B_1 будет расположен в заштрихованной зоне между прямыми AD и AE. Последняя проведена под углом $(-\varphi_{12})$ к AD.

Поэтому следует изменить порядок синтеза: начинать с выбора положения шарнира B_1 .

Если выбирать шарниры C_1 на окружности m_C и выполнять построения шарниров B_1 изложенным способом (см. рис. 4.7), то получим множество B_1 , образующих геометрическое место m_B .

Рассмотрим, что представляет собой это геометрическое место. Выберем полярную систему координат с началом в полюсе p_{12} (рис. 4.8) и полярной осью $p_{12}x$, проходящей через Ос. Уравнение окружности m_C в этой системе координат имеет вид:

$$\rho_C = 2R_C \cos \Phi, \quad (4.11)$$

где: ρ_C , Φ - текущие координаты точки C, лежащие на окружности m_C ,
 R_C - радиус окружности m_C .

Построим треугольник $p_{12}B_1C_1$ с углами $\beta = \theta_{12}/2$ и $\alpha = \pi/2 - \mu$ соответственно при вершинах p_{12} и C_1 . Обозначим: $p_{12}B_1 = \rho_B$. Из треугольника $p_{12}B_1C_1$ по теореме $\sin$ имеем:

$$\rho_B / \sin \alpha = \rho_C / \sin (\alpha + \beta). \quad (4.12)$$

Откуда

$$\rho_B = \rho_C \sin \alpha / \sin (\alpha + \beta). \quad (4.13)$$

Подставив в это выражение ρ_C из (4.11) получим:

$$\rho_B = 2R_C \cos \Phi, \quad (4.14)$$

$$\text{где: } R_B = R_C \sin \alpha / \sin (\alpha + \beta). \quad (4.15)$$

Выражение (4.14) есть уравнение окружности m_B в новой полярной системе координат с полюсом p_{12} и осью $p_{12}x'$, повернутой относительно оси

$p_{12}x$ на угол β . Окружность проходит через p_{12} , ее центр расположен на оси $p_{12}x'$, а радиус R_B определяется из (4.15).

Из (4.13) и (4.15) следует, что треугольники $p_{12}B_1C_1$ и $p_{12}O_B O_C$ подобны. Следовательно, для определения O_B при известном O_C нужно через p_{12} провести прямую под углом $\beta = \theta_{12}/2$ к $p_{12}O_C$, через O_C провести прямую под углом $\alpha = (\pi/2 - \mu_1)$ к $O_C p_{12}$ и найти точку пересечения этих прямых, которая и определит O_B .

На основе изложенного можно предложить следующий способ синтеза четырехзвенника по заданным ϕ_{12} , ψ_{12} с учетом условий (4.7) - (4.9) на углы передачи μ (рис. 4.9).

1) Произвольно выбирается стойка AD.

2) По заданным ϕ_{12} и ψ_{12} определяются полюс p_{12} и угол поворота θ_{12} .

3) В середине отрезка $p_{12}D$ определяется центр O_C окружности m_C .

Проводится через p_{12} окружность m_C .

4) Через точку O_C под углом $(\pi/2 - \mu_1)$ к $O_C p_{12}$ проводится прямая. В пересечении ее с прямой $p_{12}A$ определится центр O_B окружности m_B .

Проводится через p_{12} окружность m_B .

5) Под углом $(-\phi_{12})$ к стойке AD проводится прямая AE.

6) На окружности m_B жирными линиями выделяются дуги, расположенные в допустимой области для B_1 (заштрихованные на рис. 4.7).

7) На указанных дугах произвольно выбирается точка B_1 .

8) Прямую $p_{12}B_1$ поворачивают на угол $\theta_{12}/2$, получают прямую m_{C1} - геометрическое место шарниров C_1 . В пересечении этой прямой с окружностью m_C определится шарнир C_1 .

Фигура AB_1C_1D определяет первое положение искомого четырехзвенника.

Если в предыдущем решении мы будем выбирать большие значения μ_1 , то центр O_B будет располагаться все ближе к полюсу p_{12} . При этом длина дуг, попадающих в допустимую область расположения B_1 , будет уменьшаться. Существует такое положение O_B , при котором окружность m_B касается прямых AD и AE в точках B_1 и B_1' . Этому случаю соответствует наибольшее значение μ_1 и два равноценных по величине $\mu_{1\max}$ решения задачи синтеза шарнирного четырехзвенника по заданным ϕ_{12} и ψ_{12} . При этом имеют место наиболее благоприятные значения углов передачи на всем диапазоне ϕ_{12} .

Порядок синтеза четырехзвенника в этом случае будет следующим (рис. 4.10).

1) Произвольно выбирается стойка AD.

2) По заданным ϕ_{12} и ψ_{12} определяются полюс p_{12} и угол θ_{12} .

3) В середине отрезка $p_{12}D$ определяется центр O_C окружности m_C .

Проводится окружность m_C через p_{12} .

4) Определяется центр O_B окружности m_B , касательной к прямой AD.

Для этого нужно выполнить следующее дополнительное построение. Через p_{12} проводят перпендикуляр к Ap_{12} , точку пересечения его с прямой AD обозначают s . Проводят биссектрису $\angle p_{12}SA$, которая пересечет прямую Ap_{12} в искомом центре O_B .

5) Через p_{12} проводят окружность m_B с центром O_B . Точку касания обозначают B_1' . Под углом $(-\varphi_{12})$ к AD проводят прямую AE , точку касания окружности к прямой AE обозначают B_1 .

6) Выбирают одну из точек (B_1' или B_1) в качестве шарнира B_1 . Прямую $p_{12}B_1$ поворачивают на угол $\theta_{12}/2$, получают прямую m_{C1} . В пересечении этой прямой с окружностью m_C определяют шарнир C_1 . Фигура AB_1C_1D определит первое положение искомого четырехзвенника.

5. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ КРИВОШИПНО-КОРОМЫСЛОВОГО МЕХАНИЗМА ПО "МЕРТВЫМ" ПОЛОЖЕНИЯМ

5.1. Постановка задачи

На рис. 5.1 кривошипно-коромысловый механизм $ABCD$ показан в "мертвых" положениях AB_1C_1D и AB_2C_2D . Напомним [5], что в "мертвых" положениях механизма кривошип AB и шатун BC располагаются на одной прямой, а коромысло CD занимает крайние положения. Требуется определить параметры схемы $x_1 = AB/AD$; $x_2 = BC/AB$; $x_3 = CD/AB$; x_4 ; x_5 такого механизма, в котором при переходе из первого "мертвого" положения AB_1C_1D во второе AB_2C_2D заданному углу φ_{12} поворота ведущего кривошипа AB соответствует заданный угол ψ_{12} поворота ведомого коромысла CD . Для решения задачи рассмотрим положения кривошипа AB в его движении относительно первого положения C_1D ведомого коромысла.

5.2. Определение относительных положений кривошипа

Рассмотрим обращенный механизм AB_1C_1D с неподвижным звеном C_1D (рис. 5.2). Особенностью этого механизма является то, что полюс мгновенного вращения p_{11} звена AB_1 совпадает с шарниром A . Действительно, если проведем перпендикуляры к направлениям скоростей шарниров B_1 и A , то они пересекутся в точке A . Повернем фигуру AB_2C_2D (см. рис. 5.1), как жесткую, вокруг шарнира D до совпадения точки C_2 с точкой C_1 . Получим фигуру $DA_2^{отн}B_2^{отн}C_1$ (см. рис. 5.2). Отрезок $A_2^{отн}B_2^{отн}$ - есть второе положение кривошипа в его движении относительно C_1D . Особенностью положения $A_2^{отн}B_2^{отн}$ является то, что полюс мгновенного вращения p_{22} совпадает с шарниром $A_2^{отн}$.

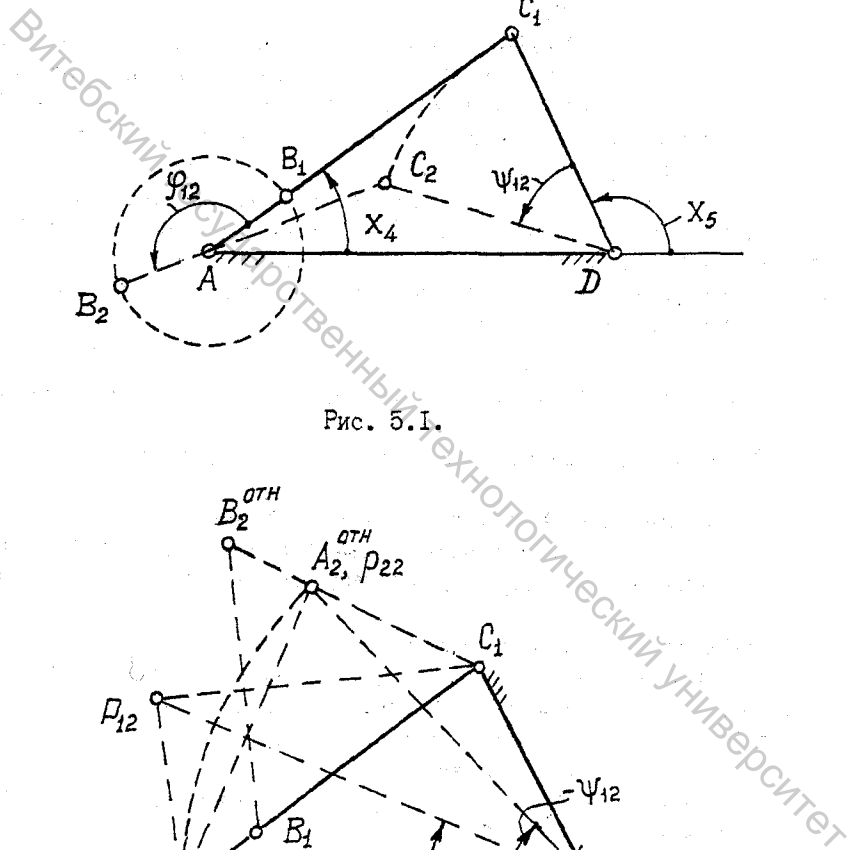


Рис. 5.1.

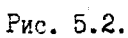


Рис. 5.2.

Для определения полюса поворота p_{12} необходимо найти точку пересечения перпендикуляров к отрезкам $AA_2^{\text{отн}}$ и $B_1B_2^{\text{отн}}$, проведенных через их середины. Очевидно, что полюс p_{12} лежит также, как и для случая двухкоромыслового шарнирного четырехзвенника (см. рис. 4.2), в пересечении прямых, проведенных через шарниры А и D стойки соответственно под углами $(-\varphi_{12}/2)$ и $(-\psi_{12}/2)$ к направлению AD.

Из изложенного следует, что для относительного движения АВ заданы полюс поворота p_{12} и полюса мгновенного вращения p_{11} и p_{22} . При этом полюс p_{11} совпадает с А, а для определения полюса p_{22} нужно через точку D провести прямую под углом $(-\psi_{12})$ к направлению AD и отложить на новой прямой длину Dp_{22} , равную отрезку DA. В результате задача синтеза по “мертвым” положениям может быть сведена к определению круговой точки B_1 и соответствующего ей центра поворота C_1 для четырех положений плоской фигуры, заданных полюсами p_{12} , p_{11} p_{22} . При этом имеем частный случай расположения полюсов, рассмотренный ранее в подразделе 3.5 настоящего учебного пособия (см. рис. 3.10).

5.3. Геометрический синтез кривошипно-коромыслового механизма

Из изложенного вытекает следующий порядок геометрического синтеза (рис. 5.3).

- 1) Наносим стойку AD произвольной (или заданной) длины.
- 2) В пересечении прямых, проведенных через шарниры А и D под углами соответственно $(-\varphi_{12}/2)$ и $(-\psi_{12}/2)$ к направлению AD определим полюс поворота p_{12} .
- 3) Полюс p_{11} совпадает с шарниром А.
- 4) Полюс p_{22} определим, проведя через шарнир D прямую под углом $(-\psi_{12})$ к направлению AD и отложив на последней отрезок $Dp_{22} = DA$.
- 5) Через полюса p_{11} , p_{12} и p_{22} проводим окружность $m_{C_{1122}}$, которая является кривой центров, т.е. шарниров C_1 .
- 6) На отрезке Ap_{12} , как на диаметре, строим окружность $m_{B_{1122}}$, которая является кривой круговых точек B_1 .
- 7) Через шарнир А проводим прямую “Z” под произвольным углом φ_1 к направлению AD. Эта прямая пересечет окружности $m_{B_{1122}}$ и $m_{C_{1122}}$ соответственно в точках B_1 и C_1 . Фигура AB_1C_1D - есть первое положение искомого механизма.

5.4. Учет углов передачи

При известных параметрах схемы механизма x_1 , x_2 , x_3 экстремальные значения углов передачи μ могут быть определены согласно рис. 4.5 из формул:

$$\mu_{\min} = (x_2^2 + x_3^2 - (1 - x_1)^2) / 2x_2x_3, \quad (5.1)$$

$$\mu_{\max} = (x_2^2 + x_3^2 - (1 + x_1)^2) / 2x_2x_3. \quad (5.2)$$

Из двух значений $\mu_{\min}$ и $\mu_{\max}$ наименее благоприятным согласно (4.4) является такой, у которого наименьшее значение $\sin \mu$. Обозначим этот угол через $\mu_{\min}$.

Среди механизмов, определяемых построением на рис. 5.3, можно найти такой, у которого величина угла $\mu_{\min}$ наибольшая. Обозначим этот угол через $(\mu_{\min})_{\max}$. Необходимые расчеты $(\mu_{\min})_{\max}$ для множества пар значений φ_{12} и ψ_{12} выполнены Альтом [1]. Результаты расчетов приведены на диаграмме (рис. 5.4). На этой диаграмме с осями φ_{12} и ψ_{12} нанесены кривые $(\mu_{\min})_{\max}$ и кривые угла φ_1 , при котором отыскивается механизм с углом передачи $(\mu_{\min})_{\max}$.

Рассмотрим пример. Пусть заданы $\varphi_{12} = 160^\circ$ и $\psi_{12} = 40^\circ$. Точка "а" с этими координатами расположена очень близко от кривых $\varphi_1 = 50^\circ$ и $(\mu_{\min})_{\max} = 30^\circ$. Это означает, что построив по заданным углам $\varphi_{12} = 160^\circ$ и $\psi_{12} = 40^\circ$ соответствующие окружности m_{B1122} и m_{C1122} (см. рис. 5.3) и проведя прямую Z под углом $\varphi_1 = 50^\circ$ к AD , найдем кривошипно-коромысловый механизм с углом передачи $(\mu_{\min})_{\max} = 30^\circ$. Диаграмма на рис. 5.4 свидетельствует, что после задания угла размаха ψ_{12} ведомого коромысла и выбора допускаемого угла $(\mu_{\min})_{\max}$ угол φ_{12} можно задавать только в определенных пределах, которые быстро сужаются с возрастанием угла ψ_{12} . Соответствующие численные значения приведены в таблице 5.1.

Таблица 5.1.

Пределы выбора φ_{12} (в градусах) при заданном ψ_{12} и выбранном $(\mu_{\min})_{\max}$

ψ_{12} , град	$(\mu_{\min})_{\max}$		
	30°	35°	40°
15	153...222	157...214	161...208
30	156...225	160...212	164...205
45	161...219	165...210	162...202
60	166...216	169...204	172...195
75	170...209	172...197	174...189
90	173...196	176...188	178...182
105	180	-	-

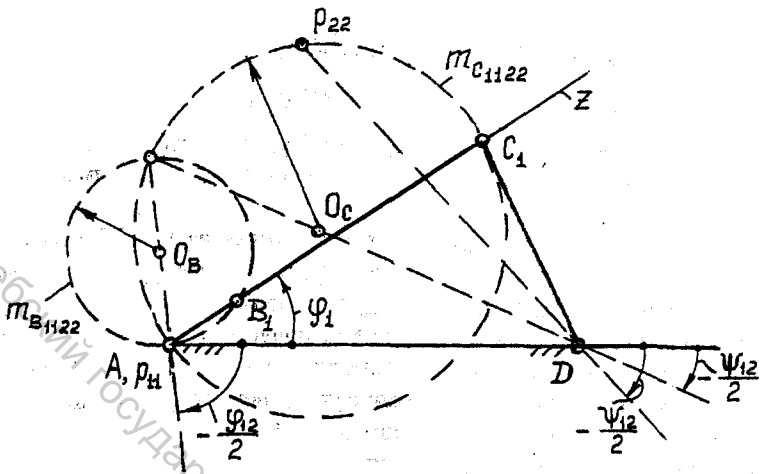


Рис. 5.3.

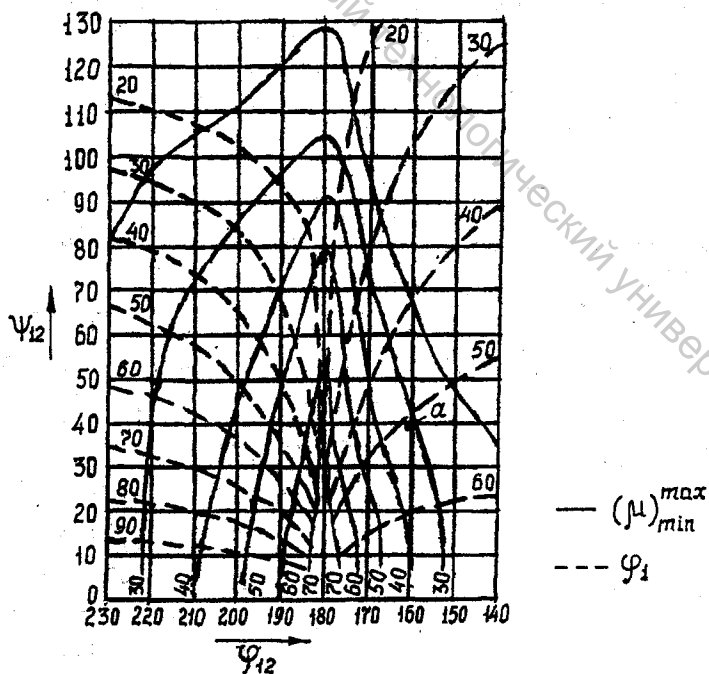


Рис. 5.4.

6. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ ШЕСТИЗВЕННОГО ШАРНИРНОГО МЕХАНИЗМА С ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОЙ ОСТАНОВКОЙ ВЕДОМОГО ЗВЕНА

В машинах легкой и текстильной промышленности применяются механизмы, в которых ведомое звено – коромысло имеет длительную остановку в одном из крайних положений. Получение длительной остановки ведомого коромысла возможно в шестизвенном шарнирном механизме, представляющем собой последовательное соединение кривошипно-коромыслового и двухкоромыслового механизмов (рис. 6.1).

6.1. Постановка задачи геометрического синтеза

В шарнирном шестизвенном механизме (см. рис. 6.1) требуется при заданных длинах AD , DG и угле Δ определить параметры схемы AB , BC , CD , DE , EF , FG , δ , α , β по условию воспроизведения заданной функции положения $\psi = 0$ на отрезке $[0, \varphi_B]$ и заданному размаху ψ_r ведомого звена. График заданной зависимости показан на рис. 6.2 сплошной линией.

Решение представленной задачи синтеза выполним в два этапа:

- 1) синтез кривошипно-коромыслового механизма $ABCD$;
- 2) синтез двухкоромыслового механизма $DEFG$.

6.2. Синтез кривошипно-коромыслового механизма

Синтез механизма выполним по следующим исходным данным: угол размаха γ_r ведомого коромысла CD выберем приближенно равным ψ_r . Соответствующий угол поворота φ_r кривошипа AB выберем равным (см. рис. 6.2): $\varphi_6 = \varphi_B - \varphi_B/2$.

Пользуясь диаграммой Альта (см. рис. 5.4), по заданным $\varphi_{12} = \varphi_r$ и $\psi_{12} = \gamma_r$ определим угол φ_1 , под которым следует провести прямую Z (см. рис. 5.3) при геометрическом синтезе кривошипно-коромыслового механизма $ABCD$. Определив x_1 , x_2 , x_3 , при известной длине AD найдем: $AB = x_1 \cdot AD$; $BC = x_2 \cdot AB$; $CD = x_3 \cdot AD$.

В случае, когда в исходных условиях на синтез не регламентируется, значение угла φ_6 (см. рис. 6.2) можно выбрать $\varphi_r = 180^\circ$ с целью получения оптимальных значений углов $\mu_{\min}$ и $\mu_{\max}$ в кривошипно-коромысловом механизме $ABCD$. Поставим задачу определения таких параметров схемы x_1 , x_2 , x_3 , при которых углы $\mu_{\min}$ и $\mu_{\max}$ равностоят от 90° :

$$90^\circ - \mu_{\min} = \mu_{\max} - 90^\circ.$$

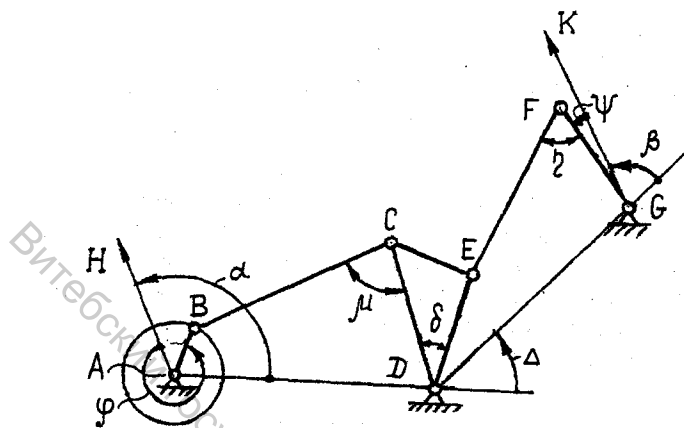


Рис. 6.1.

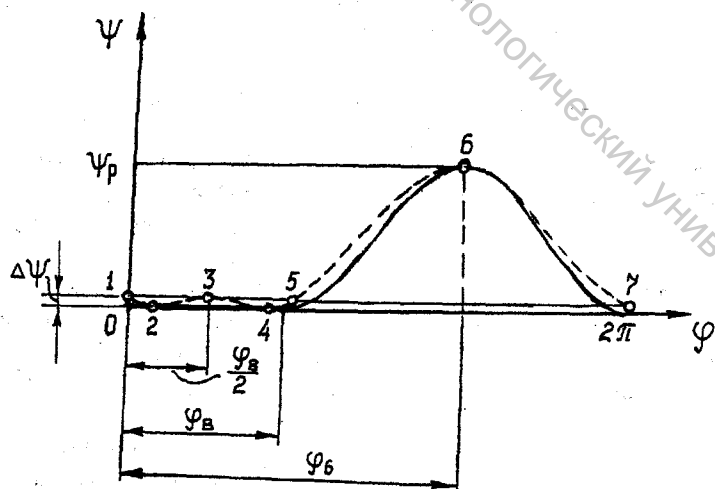


Рис. 6.2.

При этом:

$$-\cos\mu_{\min} = \cos\mu_{\max}. \quad (6.1)$$

Решая совместно уравнения (5.1), (5.2) и (6.1), получим:

$$x_2^2 + x_3^2 - 1 - x_1^2 = 0. \quad (6.2)$$

Из рис. 6.3, на котором показаны мертвые положения механизма при $\varphi_p = 180^\circ$, имеем:

$$x_1 = x_3 \sin(\gamma_p/2). \quad (6.3)$$

Задаваясь одним из параметров x_1 , x_2 , x_3 , можно из уравнений (6.2) и (6.3) определить остальные два неизвестных параметра. Например, задаваясь x_3 , определим x_1 из (6.3). Затем из (6.2) определим x_2 :

$$x_2 = \sqrt{1 + x_1^2 - x_3^2}. \quad (6.4)$$

После определения параметров AB, BC, CD построим «мертвые» положения кривошипно-коромыслового механизма (рис. 6.4). Одно из «мертвых» положений обозначим AB_3C_3D , второе - AB_6C_6D .

Отложим от положения AB_3 кривошипа угол $\varphi_B/2$ в сторону, противоположную направлению вращения AB. Соответствующее положение кривошипа обозначим AB_1 и примем его за начало отсчета углов φ (см. рис. 6.1), т.е. проведем через AB_1 ось AH. Соответствующее AB_1 положение ведомого коромысла обозначим DC_1 .

Определим второе возможное положение кривошипа AB, соответствующее DC_1 . Обозначим это положение через AB_5 , а соответствующее положение шарнира C, совпадающее с C_1 - через C_5 . Отметим, что угол поворота φ_5 , соответствующий положению AB_5 , будет примерно равным φ_B . Угол между DC_3 и $DC_{1,5}$ обозначим $\Delta\gamma$. Разделив этот угол пополам, получим положения C_2 , C_4 шарнира C, которым соответствуют положения B_2 и B_4 кривошипа AB. Таким образом, кривошип AB на интервале $[0, \varphi_B]$ занимает последовательно положения AB_1 , AB_2 , AB_3 , AB_4 , AB_5 . При этом коромысло CD совершает возвратно-колебательное движение с углом размаха $\Delta\gamma$, занимая положения DC_1 , DC_2 , DC_3 , DC_4 , DC_5 .

Переходим к синтезу двухкоромыслового механизма.

6.3. Геометрический синтез двухкоромыслового механизма

Требуется определить параметры схемы DE, EF, FG, β и δ механизма DEFG по следующим условиям.

1) При переходе из положения DE_2F_2G (см. рис. 6.4) в положение DE_6F_6G углу поворота $\gamma_p' = \gamma_p - \Delta\gamma/2$ ведущего звена DE соответствует заданный угол φ_p поворота ведомого звена FG.

2) Положение DE_2F_2G механизма является мертвым, т.е. шарниры D, E_2 и F_2 лежат на одной прямой.

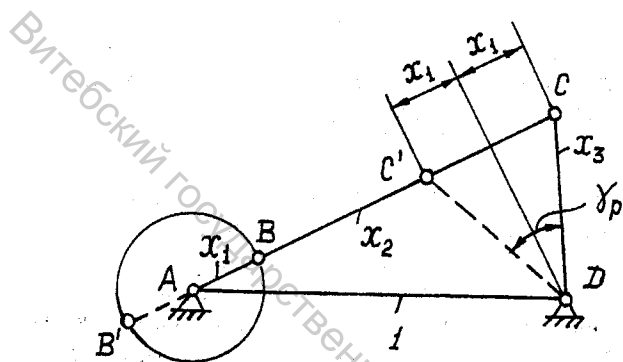


Рис. 6.3.

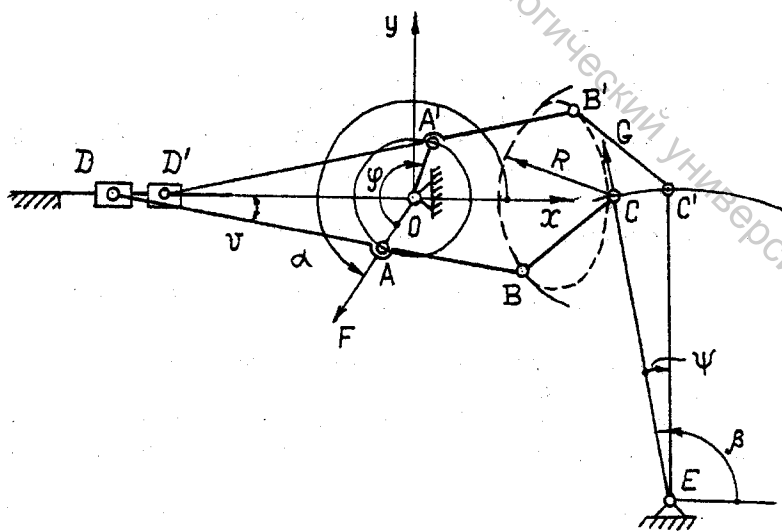
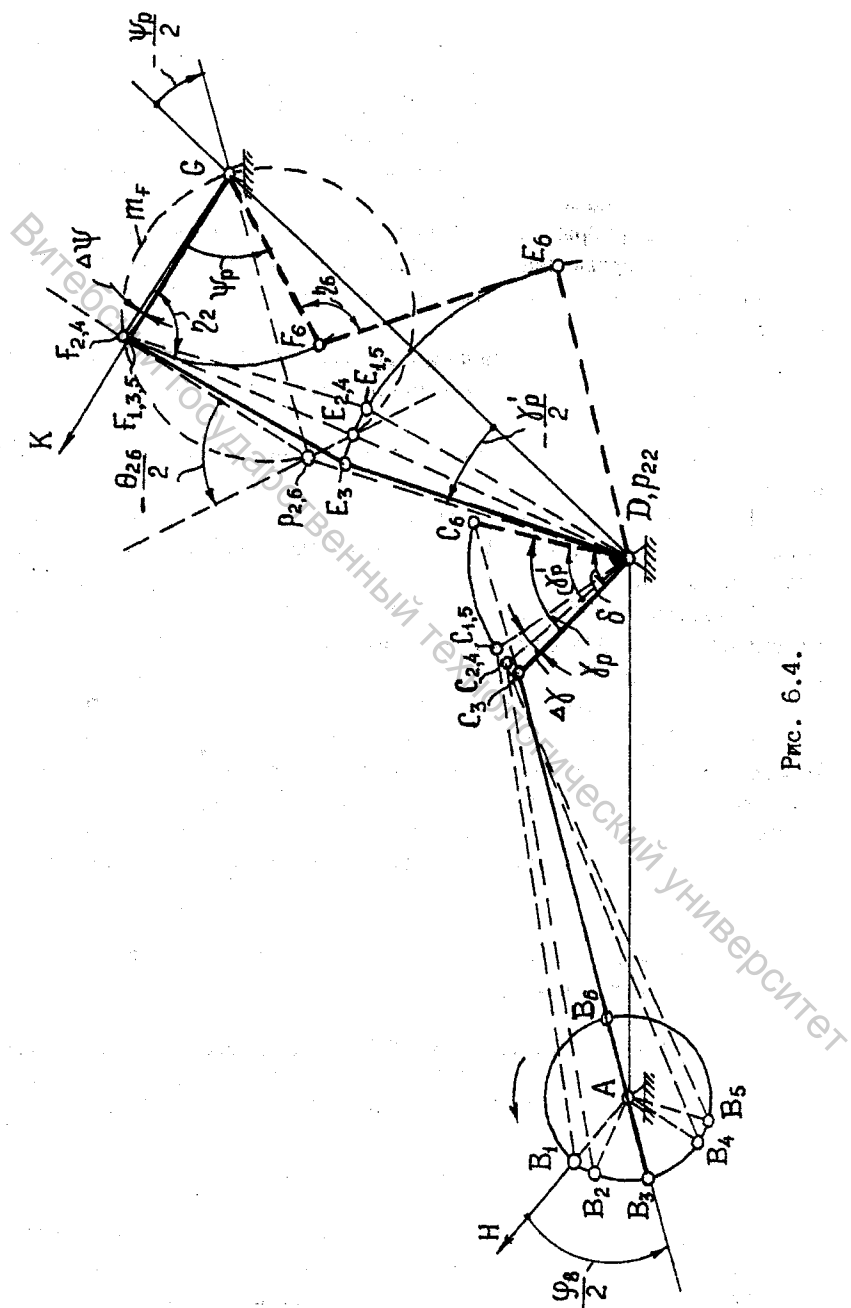


Рис. 7.1.



3) Углы передачи η_2 и η_6 в шарнире F для положений F_2 и F_6 равноотстоят от 90° :
 $90^\circ - \eta_2 = \eta_6 - 90^\circ$.

Поставленные условия приводят к задаче синтеза двухкоромыслового механизма по двум положениям, решение которой рассмотрено в п.4.4 настоящего учебного пособия. С учетом этого ход решения задачи синтеза может быть следующим.

1) Через шарниры D и G проводим прямые под углами соответственно $(-\gamma_F/2)$ и $(\psi_F/2)$ к направлению DG. В пересечении прямых определим полюс относительного поворота p_{26} . Угол относительного поворота определим из равенства: $\theta_{26} = \gamma_F - \psi_F$.

2) На отрезке $p_{26}G$, как на диаметре, проводим окружность m_F , которая является геометрическим местом шарниров F_2 , удовлетворяющих условию: $90^\circ - \mu_2 = \mu_6 - 90^\circ$.

3) На окружности m_F выбираем шарнир F_2 таким образом, чтобы $\angle DF_2G = \mu_2 \leq 90^\circ$.

4) Соединим полюс p_{26} с F_2 прямой и проведем через p_{26} прямую под углом $(-\theta_{26}/2)$ к прямой $p_{26}F_2$. В пересечении полученной прямой и прямой DF_2 определим шарнир E_2 .

5) Фигура DE_2F_2G определяет первое положение искомого механизма. Искомый параметр δ (угол заклинивания) определится как угол между DC_2 и DE_2 . Длины звеньев DE и EF определяются замерами из чертежа.

Построим остальные пять положений механизма DEFG, соответствующих положениям AB_1, AB_3, AB_4, AB_5 и AB_6 ведущего кривошипа AB (см. рис. 6.4). Из схемы на рис. 6.4 видно, что при повороте кривошипа AB из положения AB_1 в положение AB_5 , т.е. на угол φ_5 , ведомое звено FG совершает два, возвратно-колебательных движения с углом размаха $\Delta\psi$. Ввиду малости этого угла и наличия зазоров в шарнирах ведомое звено FG совершает приближенную остановку.

На рис. 6.2 график воспроизводимой зависимости $\psi = f(\varphi)$ показан пунктирной линией. Точки 1,2,...,6 на графике соответствуют положениям $OA_1, OA_2, ..., OA_6$ ведущего кривошипа.

7. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ ШЕСТИЗВЕННОГО МЕХАНИЗМА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ УЧАСТКА ШАТУННОЙ КРИВОЙ КОРОМЫСЛОВО-ПОЛЗУННОГО МЕХАНИЗМА

7.1. Постановка задачи синтеза

Длительную остановку ведомого звена можно получить в шестизвенном механизме OADBCE (рис. 7.1), состоящем из кривошипно-ползунного механизма OAD и присоединенной в точке B шатуна AD диады BCE. Это

возможно в том случае, если участок шатунной кривой точки В имеет вид дуги окружности радиуса R . Тогда, поместив шарнир С ведомого коромысла в центр дуги и выбрав длину шатуна $BC = R$, получим приближенный выстой коромысла СЕ.

Требуется определить параметры схемы $OA, AD, AB, BC, CE, x_E, y_E, \alpha, \beta$ такого механизма (см. рис. 7.1), в котором при повороте ведущего кривошипа OA на заданный угол φ_B (рис. 7.2) ведомое коромысло EC делает приближенную остановку $\psi \approx 0$, а угол размаха коромысла EC равен ψ_R . График заданной зависимости $\psi = F(\varphi)$ показан на рис. 7.2.

Геометрический синтез механизма (см. рис. 7.1) выполним в два этапа:

- 1) геометрический синтез коромыслово-ползунного механизма $OADB$;
- 2) определение параметров BC и CE диады и точки качания E коромысла CE .

7.2. Геометрический синтез коромыслово-ползунного механизма

Определим параметры OA, AD и AB такого центрального коромыслово-ползунного механизма, у которого при повороте кривошипа OA на угол φ_B , точка В вычерчивает траекторию в виде дуги окружности.

В работе [3] для решения подобной задачи синтеза используется коромыслово-ползунный механизм, в котором положения коромысла OA , соответствующие началу и окончанию выстоя, расположены симметрично относительно оси x . Потребуем, чтобы четыре положения точки В располагались на дуге окружности.

С учетом этого последовательность синтеза может быть следующей.

1) Проведем оси x и y системы координат xOy (рис. 7.3). Выберем шарнир O в начале системы координат и длину кривошипа OA .

2) Через шарнир O проводим две прямые под углами $\varphi_B/2$ и $(-\varphi_B/2)$ к отрицательному направлению оси x . Отложим на этих прямых длину кривошипа OA , полученные положения обозначим с учетом направления вращения OA : OA_1 и OA_4 . Разделив угол φ_B на три равные части, определим положения OA_2 и OA_3 кривошипа.

3) Выберем длину шатуна $AD > 2OA$ с тем, чтобы получить максимальное значение угла давления θ в шарнире D (см. рис. 7.1) меньшее 30° : $\theta_{\max} < 30^\circ$. Засечками радиуса AD , выполненными из точек A_1, A_2, A_3 и A_4 на оси x , определим положения D_1, D_2, D_3, D_4 шарнира D . Очевидно, что D_1 совпадает с D_4 , а D_2 - с D_3 .

4) Для четырех положений AD_1, AD_2, AD_3 и AD_4 шатуна AD определим полюса поворота p_{12}, p_{13}, p_{24} и p_{14}, p_{23} . Очевидно, что первые четыре полюса лежат на прямой, проведенной через середину отрезка D_1D_2 перпендикулярно оси Ox , а вторые - на оси x .

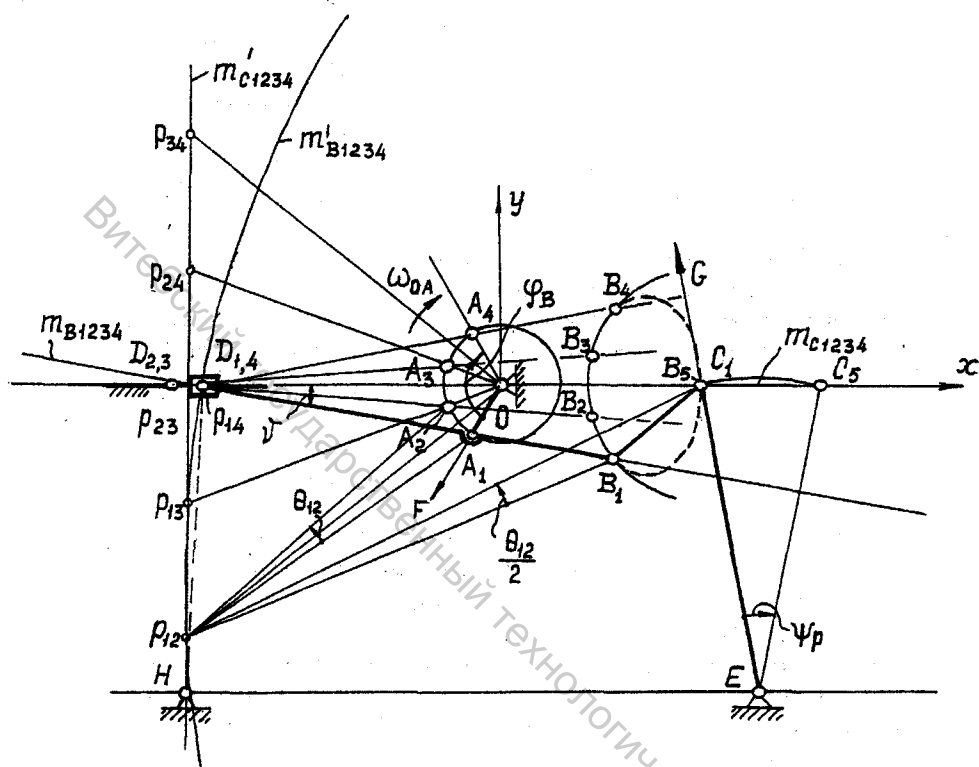


Рис. 7.3

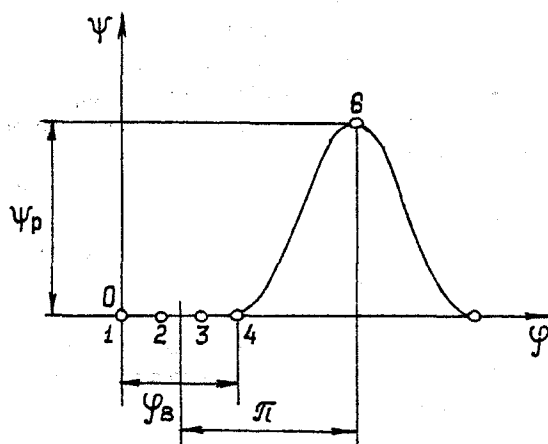


Рис. 7.2.

5) Имеем особый случай расположения всех полюсов на двух взаимно перпендикулярных прямых [3]. В этом случае кривая центров шатуна AD распадается на прямую m_{C1234} , совпадающую с осью x , и прямую m'_{C1234} , проведенную через середину отрезка D_1D_2 перпендикулярно оси x . Кривая круговых точек распадается на прямую m_{B1234} , проведенную через A_1D_1 и окружность m'_{B1234} , проведенную через полюса p_{12} , p_{13} и p_{14} .

6) Будем выбирать точку B_1 , как круговую, на прямой m_{B1234} , тогда соответствующая ей точка C_1 , как центр окружности, проходящей через B_1 , B_2 , B_3 и B_4 , будет располагаться на прямой m_{C1234} .

7) Выберем шатунную точку B_1 произвольно на прямой m_{B1234} . Для определения центра поворота C_1 воспользуемся полюсом p_{12} и углом поворота $\theta_{12} = \angle A_1p_{12}A$. Соединим p_{12} с B_1 , через p_{12} проведем прямую под углом $(\theta_{12}/2)$ к $p_{12}B_1$. Тогда точка пересечения этой прямой с прямой m_{C1234} есть точка C_1 .

7.3. Определение параметров диады

Построим траекторию шатунной точки B коромысло-ползунного механизма за полный оборот ведущего звена OA . Точки B_2 и B_3 лежат на окружности sm центром C_1 , а сама траектория расположена симметрично относительно оси Ox . Обозначим B_5 - крайнюю правую точку шатунной кривой (в общем случае она не совпадает с C_1). Положение C_5 коромысла EC определим засечкой радиуса B_1C_1 на оси Ox из центра B_5 . Тогда длина качания E определяется из очевидных формул:

$$EC = C_1C_5 / (2 \sin \psi_P / 2);$$

$$x_E = x_{C1} + EC \sin \psi_P / 2;$$

$$y_E = EC \cos \psi_P / 2$$

В ткацких станках [4] могут применяться батанные механизмы, отличающиеся от рассмотренного (см. рис. 7.3) тем, что шарнир D расположен не на ползуне с направляющей, а на коромысле HD (изображено пунктиром на рис. 7.3). Синтез такого механизма отличается от рассмотренного только тем, что шарнир H выбирается на прямой m'_{C1234} , при этом $u_H = u_E$.

8. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ КОРОМЫСЛО-ПОЛЗУННОГО МЕХАНИЗМА, ВОСПРОИЗВОДЯЩЕГО ШАТУННУЮ КРИВУЮ В ВИДЕ ОТРЕЗКА ПРЯМОЙ

8.1. Постановка задачи синтеза

В технике давно известны шарнирные четырехзвенные механизмы, точки шатуна которых воспроизводят траектории с участками в виде отрезков прямых. Такие механизмы получили название «прямилы». Д. Уатт еще в 1784

году применил в своей паровой машине прямолю Уатта вместе с так называемым параллелограммом Уатта [3]. Широко известно также прямолю Чебышева П.Л. [3].

Рассмотрим геометрический синтез коромыслово-ползунного механизма (рис. 8.1), известного под названием «прямолю Эванса» [3] и используемого в швейных машинах [9].

Требуется определить параметры схемы АВ, ВС и CD коромыслово-ползунного механизма, шатунная кривая которого проходит через точки D_1, D_2, D_3, D_4 , расположенные через равные расстояния на отрезке прямой D_1D_4 (рис. 8.1).

8.2. Порядок геометрического синтеза

1) Делим отрезок D_1D_4 пополам и проводим через середину отрезка перпендикуляр, который принимаем за направляющую ползуна А.

2) Задаемся длиной $AD > D_1D_4$, при этом максимальное значение $\vartheta_{\max}$ угла давления в шарнире А не превышает 30° . Засечками радиуса AD из центров D_1, D_2, D_3 и D_4 на направляющей ползуна, определяем соответствующие положения A_1, A_2, A_3 и A_4 шарнира А. При этом A_1 совпадет с A_4 , а A_2 - с A_3 .

3) Для четырех положений A_1D_1, A_2D_2, A_3D_3 и A_4D_4 шатуна определим полюса поворота $p_{12}, p_{13}, p_{24}, p_{34}$ и p_{14}, p_{23} . При этом первые лежат на прямой, проведенной перпендикулярно направляющей ползуна через середину отрезка A_1A_2 , а вторые - на направляющей. Имеем особый случай расположения полюсов на двух взаимно -перпендикулярных прямых.

4) Для указанного расположения полюсов поворота кривая центров (точек С) распадается на прямую m_{C1234} , совпадающую с направляющей ползуна и прямую m'_{C1234} , совпадающую с перпендикуляром к отрезку A_1A_2 . Кривая круговых точек (шарниров В шатуна) распадается на прямую m_{B1234} , проведенную через точки D_1 и A_1 , и окружность m'_{B1234} , проходящую через полюса p_{12}, p_{13} и p_{14} .

5) Выберем шарнир С на прямой m_{C1234} и определим круговую точку B_1 с помощью полюса p_{12} и угла поворота $\theta_{12} = \angle D_1p_{12}D_2$. Для этого соединим p_{12} с С и проведем через полюс p_{12} прямую под углом $(-\theta_{12}/2)$ к прямой $p_{12}C$. В пересечении полученной прямой с прямой m_{B1234} определим шарнир B_1 . Фигура $A_1B_1CD_1$ определит первое положение искомого механизма.

8.3. Геометрический синтез механизма иглы краеобметочной швейной машины

На рис. 8.2 приведена кинематическая схема механизма иглы краеобметочной швейной машины [9]. Движение игле ба, закрепленной на ползуне 6, сообщается кривошипом 1 посредством кривошипно-коромыслового

механизма OEFC, коромысла CB, жестко связанного с коромыслом FC, и двухкоромыслового механизма CBAГ, шатунная точка D, которого шарнирно связана с ползуном 6.

Механизм имеет степень подвижности:

$$w = 3 \cdot 6 - 2 \cdot 9 = 0$$

и работает за счет того, что шатунная кривая точки D при повороте коромысла CB на угол ψ_p достаточно точно совпадает с отрезком прямой D_1D_4 , параллельной неподвижной направляющей ползуна 6.

Синтез механизма выполняется в два этапа.

1) По методике, изложенной в подразделе 8.2 определяются параметры схемы АВ; ВС и CD коромыслово-ползунного механизма, в котором задан отрезок прямой D_1D_4 , равной ходу h иглы, а шарнир А закреплен на ползуне с направляющей, проходящей перпендикулярно отрезку D_1D_4 через его середину. Определяется угол размаха ψ_p коромысла CB, как угол между положениями CB_1 и CB_4 (см. рис. 8.1). Задаются длиной коромысла AG и засечками из центров A_1 и A_2 (см. рис. 8.1) радиуса AG определяют положение шарнира G.

2) Задаются положением точки O - центром вращения кривошипа OE и методом, изложенным в подразделах 5.3 и 5.4, выполняется геометрический синтез кривошипно-коромыслового механизма по мертвым положениям при заданных углах размаха ψ_p ведомого коромысла GF и φ_p - ведущего кривошипа OE. Угол φ_p задается, исходя из требуемого закона движения иглы [9].

9. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ КРИВОШИПНО-КОРОМЫСЛОВОГО МЕХАНИЗМА ПО ЗАДАННОМУ РАЗМАХУ ШАТУННОЙ КРИВОЙ

9.1. Постановка задачи синтеза

В некоторых машинах легкой и текстильной промышленности применяются кривошипно-коромысловые механизмы, в которых требуется иметь заданный размах шатунной точки при заданном угле поворота ведущего кривошипа. Таковыми являются, например, механизмы подачи нити швейной машины [5]. При решении задачи геометрического синтеза подобных механизмов можно использовать шатунные кривые, имеющие точки возврата с острием [3, стр. 201-203] и в виде участка с малым радиусом кривизны [3, стр. 204-205].

Пусть в некотором положении кривошипно-коромыслового механизма OBCD (рис. 9.1) определен полюс p мгновенного вращения шатуна BC в пересечении прямых, проходящих через DC и OB. Построим траекторию точки E шатуна, совпадающей с полюсом p . Согласно [3, стр. 203] такая точка E

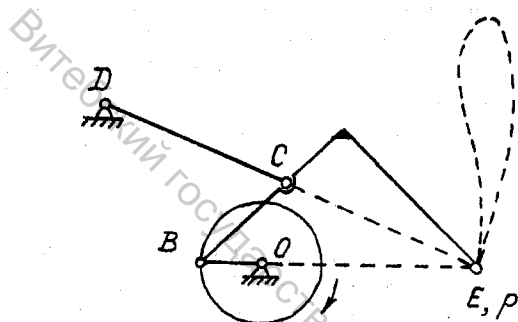


Рис. 9.1. Шатунная кривая с точкой возврата E в виде острия

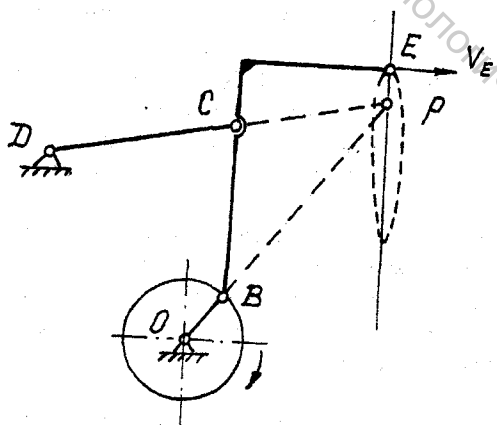


Рис. 9.2. Шатунная кривая с точкой возврата E в виде участка с малым радиусом кривизны

описывает траекторию, имеющую в заданном положении механизма точку возврата в виде острия, т.е. с радиусом кривизны, равным нулю.

Если выбрать на шатуне точку E , расположенную вблизи полюса p (рис. 9.2), то траектория этой точки будет иметь точку возврата по оси pE с радиусом кривизны, отличным от нуля.

Требуется определить параметры схемы $OB, BC, CD, CF, FE, x_D, y_D$ (рис. 9.3) такого кривошипно-коромыслового механизма, в котором траектория шатунной точки E имеет размах по оси y , равный заданной величине S_{12} , а перемещению точки из крайнего верхнего положения E_1 в крайнее нижнее - E_2 соответствует угол поворота кривошипа OB , равный заданной величине φ_{12} .

9.2. Порядок геометрического синтеза механизма

1) Наносим на чертеж отрезок E_1E_2 заданной длины S_{12} (рис. 9.4). Выберем полюс p_{22} мгновенного вращения шатуна BE совпадающим с E_2 , а полюс p_{11} - вблизи от точки E_1 . При этом точка E_2 будет точкой возврата траектории с острием, а точка E_1 - точкой возврата с радиусом кривизны, отличным от нуля.

2) Через точку E_2 проведем прямую, на которой лежат шарниры O и B_2 , например, в направлении, перпендикулярном к линии E_1E_2 . Тогда прямая, на которой расположены шарниры O и B_1 должна быть проведена через полюс p_{11} под углом $(\varphi_{12} - \pi)$ к прямой, проведенной через p_{22} . В пересечении прямых определим шарнир O .

3) Найдем полюс p_{12} поворота шатуна BE . Он определится как точка пересечения двух прямых: прямой, проведенной через середину отрезка E_1E_2 перпендикулярно к нему, и биссектрисы внешнего угла треугольника $Op_{11}p_{22}$ при вершине O . Угол поворота θ_{12} шатуна BE определится из равенства: $\theta_{12} = \angle E_1p_{12}E_2$.

4) Так как точка B_1 является круговой точкой шатуна BE , а точка O - соответствующим центром поворота, воспользуемся для определения B_1 полюсом p_{12} и углом θ_{12} . Соединим p_{12} с O и через p_{12} проведем прямую под углом $(-\theta_{12}/2)$ к отрезку $p_{12}O$. В пересечении этой прямой с прямой Op_{11} определим B_1 . Из центра O проводим окружность через B_1 , в пересечении этой окружности с прямой $p_{22}O$ определим B_2 .

5) Полосами p_{12}, p_{11} и p_{22} заданы четыре положения шатуна BE : B_1E_1, B_2E_2 и бесконечно близкие к ним положения. При этом имеем случай, когда $p_{12}p_{11} \cong p_{12}p_{22}$, $\theta_{12} \cong \angle p_{11}p_{12}p_{22}$, рассмотренный в подразделе 3.5 (см. рис. 3.10). Для этого случая кривая центров (шарниров D) распадается на прямую m_{D1122} , совпадающую с биссектрисой $\angle p_{11}p_{12}p_{22}$, и окружность m'_{D1122} , проходящую через полюса (на рис. 9.4 не показана).

6) Выберем шарнир D на прямой m_{D1122} с учетом конструктивных соображений. Для определения круговой точки C_1 воспользуемся поллосами p_{12} , p_{11} и углом поворота θ_{12} . Точка C_1 определится в пересечении двух прямых: прямой Dp_{11} и прямой, проведенной через p_{12} под углом $(-\theta_{12}/2)$ к прямой m_{D1122} .

Фигура $OB_1C_1DF_1E_1$ определит первое положение искомого механизма.

7) Определим в полученном механизме максимальное $\mu_{\max}$ и минимальное $\mu_{\min}$ значения углов передачи μ . Для этого воспользуемся построением, аналогичным на рис. 4.5. Должны выполняться неравенства: $\mu_{\min} \geq 30^\circ$; $\mu_{\max} \leq 150^\circ$. Если этого нет, то следует выбрать новое положение шарнира D на прямой m_{D1122} и повторить построения, изложенные в п.п. 6 и 7.

9.3. Геометрический синтез шарнирного механизма нитепритягивателя швейной машины

9.3.1. Постановка задачи геометрического синтеза механизма нитепритягивателя

На рис. 9.5 приведена кинематическая схема шарнирного механизма нитепритягивателя [5] швейной машины. Механизм предназначен для подачи нити рабочим органам (игле и челноку) швейной машины в процессе образования челночного стежка [5].

Нить заправляется в отверстия неподвижных направителей нити N и M и в отверстие E рычага нитепритягивателя BCE. Обозначим через l сумму расстояний между точками N, E и M, $E: l = NE + ME$. В некотором положении E имеем максимум l , который обозначим $l_{\max}$. Длина нити S , освобождаемая нитепритягивателем, определяется из равенства: $S = l_{\max} - l$. Положение ведущего звена механизма кривошипа определим угловой координатой φ отрезка OA, отсчитываемой от оси Oy. Отрезок OA совпадает с кривошипом механизма иглы. График зависимости $S = f(\varphi)$, воспроизводимой механизмом, называется диаграммой подачи нити. Обозначим параметры схемы механизма: $OB = x_1$; $BC = x_2$; $CD = x_3$; $xD = x_4$; $yD = x_5$; $CF = x_6$; $CE = x_7$; $\delta = x_8$. Из определяемых при синтезе механизма параметров исключим координаты x_N , y_N , x_M , y_M направителей нити N и M, т.к. они выбираются из конструктивных и технологических условий.

По условиям образования челночного стежка [5] требуется иметь заданную зависимость $S = F(\varphi)$ на отрезке $[\varphi = 0; \varphi = 2\pi]$. Заданная зависимость может быть представлена в виде таблицы или графика (рис. 9.6). Поставим задачу определения параметров схемы $x_1, x_2, \dots, x_8$ механизма нитепритягивателя по условию интерполяционного приближения воспроизводимой зависимости $S = f(\varphi, x_1, x_2, \dots, x_8)$ к заданной зависимости $S = F(\varphi)$ в экстремальных точках 1 и 2

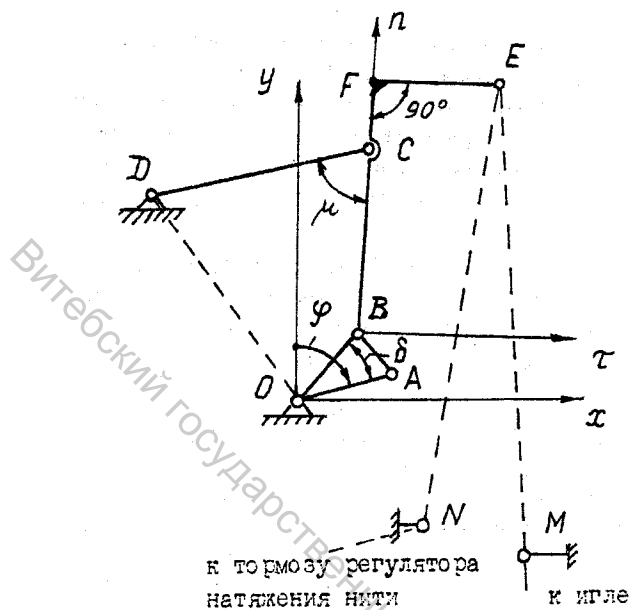


Рис. 9.5.

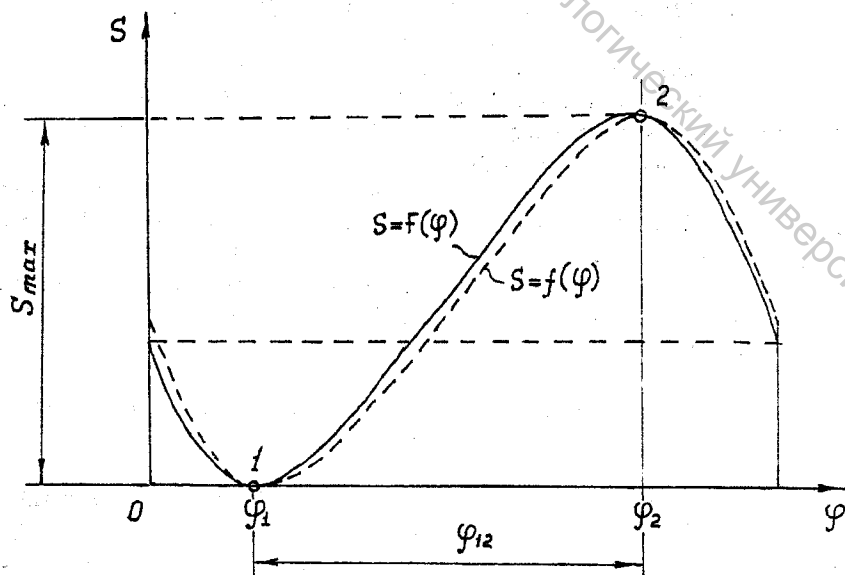


Рис. 9.6.

(см. рис. 9.6). Точка 1 соответствует минимуму подачи нити ($\varphi = \varphi_1$, $S = 0$, $dS/d\varphi = 0$), а точка 2 - максимуму ($\varphi = \varphi_2$, $S = S_{\max}$, $dS/d\varphi = 0$).

Пусть известны положения неподвижных нитенаправителей N и M (рис. 9.7). Обозначим через E_1 и E_2 положения точки E нитепритягивателя, соответствующие экстремумам подачи нити, т.е. точкам 1 и 2 на графике заданной зависимости $S = F(\varphi)$, а соответствующие длины участков NE_1M и NE_2M обозначим l_1 и l_2 :

$$l_1 = NE_1M = l_{\max}, \quad l_2 = NE_2M = l_{\min}.$$

Рассмотрим соотношение между положениями точек N, M, E_1 и E_2 . Из графика $S = F(\varphi)$ (рис. 9.6) следует, что при переходе из положения E_2 в положение E_1 необходимо подать длину нити, равную $S_{\max}$:

$$l_1 = l_2 + S_{\max}.$$

При заданных N и M, l_1 (рис. 9.7а) геометрическим местом точек E_1 будет эллипс m_{E_1} , у которого фокусами являются точки N и M, а сумма фокусных расстояний равна l_1 . Аналогично, геометрическим местом точек E_2 является эллипс m_{E_2} , у которого фокусами являются точки N и M, а сумма фокусных расстояний равна l_2 . При совпадении N и M геометрическими местами точек E_1 и E_2 будут окружности m_{E_1} , m_{E_2} , проведенные из центров N и M, радиусами, равными, соответственно, $l_1/2$ и $l_2/2$.

Если N и M совпадают и лежат на прямой, проведенной через E_1 , E_2 , то расстояние E_1E_2 равно $S_{\max}/2$ (рис. 9.7б).

При определении параметров схемы механизма нитепритягивателя необходимо учитывать конструктивные условия. На рис. 9.9 приведена конструктивная схема механизма нитепритягивателя швейной машины. На рисунке обозначены: 1 - кривошип иглы и нитепритягивателя, 2 - нитепритягиватель, 3 - коромысло, O, A, B, C, D - центры шарниров, E - центр отверстия для нити, K - K - наружный контур корпусной части машины.

Отметим следующие конструктивные ограничения:

- 1) центр шарнира D должен располагаться на границе или за пределами круга радиуса $R_{\max}$, проведенного из центра O. При этом: $R_{\max} = R_o + d/2 + \delta$, где R_o - радиус цилиндрической части кривошипа, d - диаметр ступицы коромысла 3, δ - допустимый зазор между ступицей и противовесом ($\delta = 1$ мм);
- 2) траектория точки E и нитенаправителя N, M должны находиться за пределами наружного контура K-K корпуса машины.

9.3.2. Последовательность геометрического синтеза механизма нитепритягивателя

- 1) Задаемся положением шарнира O (см. рис. 9.8), наносим наружный контур K-K корпуса машины и проводим из центра O окружность радиуса $R_{\max}$. Положения точек E_1 и E_2 нитепритягивателя наносим с учетом конструктивных

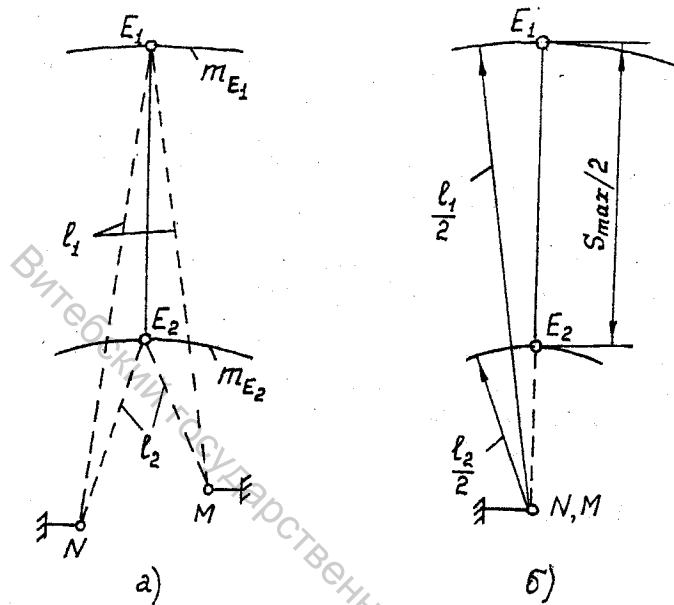


Рис. 9.7.

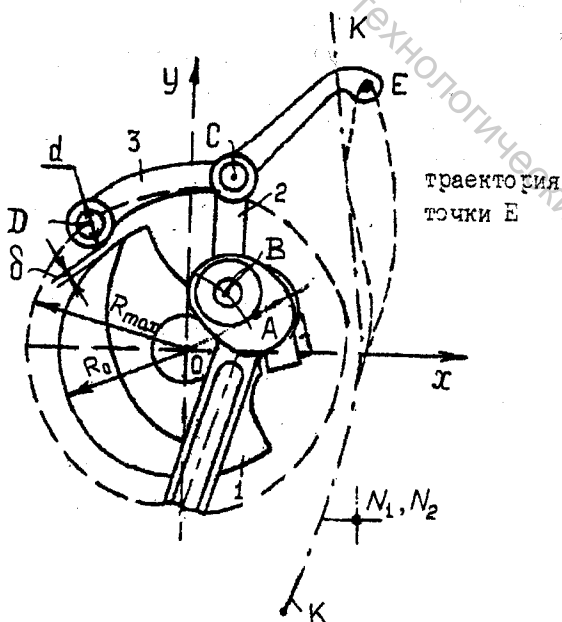


Рис. 9.8.

требований, расположения нитенаправителей N, M (см. рис. 9.7а, б) и заданной величины $S_{\max}$.

2) Выполняем геометрический синтез кривошипно-коромыслового механизма OBCD. При этом шарнир D на прямой m_{D1122} (см. рис. 9.4) выбираем за пределами окружности $R_{\max}$, проведенной из центра O.

10. ОПТИМИЗАЦИОННЫЙ СИНТЕЗ МЕХАНИЗМОВ МАШИН ЛЕГКОЙ И ТЕКСТИЛЬНОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

В подразделе 2.2 изложена постановка задачи оптимизационного синтеза механизмов и наиболее известные методы оптимизации. В настоящем разделе рассмотрим алгоритмы расчета целевых функций и функций ограничений на примере конкретных механизмов машин легкой промышленности.

10.1. Алгоритмы, используемые при определении положений звеньев механизмов

В литературе по теории механизмов имеются сведения об аналитических методах расчета положений механизмов, используемых при расчетах целевых функций. Эти методы основаны на использовании алгоритмов расчета положений звеньев группы Ассура, входящих в состав механизмов. В качестве примера рассмотрим алгоритм расчета положений звеньев группы Ассура 2-го класса 1-го вида, предложенный О.Г. Озолом [7].

Алгоритм АП2-1 (рис. 10.1)

Дано: x_1, y_1 - координаты точки 1,

x_2, y_2 - координаты точки 2,

l_{13}, l_{23} - длины звеньев, N (0 или 1) - указатель варианта сборки.

Требуется определить x_3, y_3 - координаты точки 3.

$$1. \quad l_{12} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2};$$

$$2. \quad \alpha = \arccos \frac{l_{13}^2 + l_{23}^2 - l_{12}^2}{2l_{13} \cdot l_{23}};$$

$$3. \quad \varphi_{12} = \begin{cases} \arccos \frac{x_2 - x_1}{l_{12}}, & \text{если } y_2 \geq y_1; \\ 2\pi - \arccos \frac{x_2 - x_1}{l_{12}}, & \text{если } y_2 \leq y_1; \end{cases}$$

$$4. \quad \varphi_{13} = \begin{cases} \varphi_{12} + \alpha, & \text{если } N = 0; \\ \varphi_{12} - \alpha, & \text{если } N = 1; \end{cases}$$

$$5. x_3 = x_1 + l_{13} \cdot \cos \varphi_{13}$$

$$y_3 = y_1 + l_{13} \cdot \sin \varphi_{13}.$$

10.2. Оптимизационный синтез шарнирного механизма нитепротягивателя швейной машины

10.2.1. Постановка задачи оптимизационного синтеза

В качестве целевой функции, подлежащей минимизации, выберем среднее квадратическое отклонение воспроизводимой зависимости (см. подраздел 9.3.1)

$S = f(\varphi, x_1, x_2, \dots, x_8)$ от заданной зависимости $S = F(\varphi)$;

$$S_{\text{ср.кв.}} = \frac{1}{p-1} \sqrt{\sum_{j=1}^p (\Delta S_j)^2}, \quad j = 1, 2, \dots, p,$$

где: $\Delta S_j = F(\varphi_j) - f(\varphi_j, x_1, x_2, \dots, x_8)$ – отклонение заданного значения S от воспроизводимого для $\varphi = \varphi_j$;

p – число значений ΔS_j , вычисляемых на интервале $[\varphi = 0, \varphi = 2\pi]$.

При оптимизации учтем линейные ограничения на параметры схемы механизма:

$$x_i \geq x_{i\min},$$

$$x_i \leq x_{i\max}, \quad i = 1, 2, \dots, 8$$

где: $x_{i\min}, x_{i\max}$ – заданные предельные значения параметра x_i , и нелинейные ограничения на углы передачи (см. рис. 9.5), где:

$$\mu_{\min} = \arccos \frac{x_2^2 + x_3^2 - (\sqrt{x_4^2 + x_5^2} - x_1)^2}{2x_2 \cdot x_3},$$

$$\mu_{\max} = \arccos \frac{x_2^2 + x_3^2 - (\sqrt{x_4^2 + x_5^2} + x_1)^2}{2x_2 \cdot x_3}.$$

10.2.2. Алгоритм расчета целевой функции

Исходные данные:

а) Параметры схемы механизма: $x_1 = OB$; $x_2 = BC$; $x_3 = CD$; $x_4 = x_D$; $x_5 = y_D$; $x_6 = CF$; $x_7 = CE$; $x_8 = \delta$.

Координаты нитенаправителей: x_N, y_N, x_M, y_M .

б) Табличные значения заданной зависимости $S = F(\varphi)$ (массив данных):

$\{\varphi_i, S_j\}, i = 0, 1, 2, \dots, (p-1), j = 0, 1, 2, \dots, (p-1)$.

в) Интервал значений φ , внутри которого осуществляется поиск $l_{\max}$: $[\varphi_n, \varphi_k]$; $\delta\varphi$ - шаг изменения φ внутри этого интервала.

Используемые алгоритмы.

Алгоритм АП2-1 расчета положений звеньев группы Ассура 2-го класса 1-го вида.

Алгоритм APS расчета длины подаваемой нити S_n (см. рис. 9.5).

Входные данные: $\varphi, OB, BC, CD, x_D, y_D, CF, CE, \delta, x_N, y_N, x_M, y_M, l_{\max}$.

Текст алгоритма:

1) $\Phi = \varphi + \pi/2 + \delta$.

2) $x_B = OB \cdot \cos \varphi$,

$y_B = OB \cdot \sin \varphi$.

3) ввод исходных данных в алгоритм АП2-1

$x_1 = x_B; y_1 = y_B; x_2 = x_D; y_2 = y_D; l_{13} = BC; l_{23} = CD; N = 0$.

4) обращение к АП2-1.

5) вывод выходных данных из алгоритма АП2-1: $x_C = x_3; y_C = y_3$.

6) $\varphi_{BC} = \arccos\left(\frac{x_C - x_B}{BC}\right)$.

7) определение координат точки E в подвижной системе координат пВт (см. рис. 9.5)

$$n_E = BC + CF; \quad \tau_E = \sqrt{(EC)^2 - (FC)^2}.$$

8) определение координат точки E в неподвижной системе координат xOy:

$$x_E = x_B + n_E \cdot \cos \varphi_{BC} + \tau_E \cdot \cos(\varphi_{BC} + \pi/2),$$

$$y_E = y_B + n_E \cdot \sin \varphi_{BC} + \tau_E \cdot \sin(\varphi_{BC} + \pi/2).$$

9) $l = \sqrt{(x_E - x_N)^2 + (y_E - y_N)^2} + \sqrt{(x_E - x_M)^2 + (y_E - y_M)^2}$.

10) $S_n = l_{\max} - l$.

11) конец.

Алгоритм расчета $\Delta S_{\text{ср.кв.}}$.

Определение $l_{\max}$.

1) $\varphi = \varphi_N; l_{\max} = 0$.

2) обращение к APS для определения l.

3) если $\varphi > \varphi_N$, идти к 5.

4) $l_{\max} = l$.

5) если $l \leq l_{\max}$ идти к 7.

6) $l_{\max} = l$.

7) $\varphi := \varphi + \delta\varphi$.

8) если $\varphi \leq \varphi_K$, идти к 2.

Конец определения $l_{\max}$.

Определение среднего квадратического отклонения $\Delta S_{\text{кр. кв.}}$.

Описание массива $\{\varphi_i, S_j\}$.

9) $i = 0, \dots, (p-1); j = 0, 1, \dots, (p-1)$.

10) $i := 0, j := 0; \Sigma := 0$.

11) $\varphi := \varphi_i, S := S_j$.

12) идти к алгоритму APS (определение S_n).

13) $\Delta S = (S_n - S)^2$.

14) $\Sigma := \Sigma + \Delta S$.

15) печатать $\varphi, S, \Delta S$.

16) $i := i + 1, j := j + 1$.

17) если $i > (N-1)$, идти к 19.

18) идти к 11.

19) $\Delta S_{\text{кр. кв.}} = \frac{\sqrt{\Sigma}}{(p-1)}$.

20) печатать $\Delta S_{\text{кр. кв.}}$.

21) конец.

10.3. Оптимизационный синтез батанного механизма ткацкого станка

Кинематическая схема механизма показана на рис. 10.2. В качестве критерия точности приближения воспроизводимой зависимости $\psi = f(\varphi, x_1, x_2, \dots, x_8)$ от заданной зависимости $\psi = 0$ на отрезке приближения $[\varphi = 0, \varphi = \varphi_B]$ (см. рис. 7.2) выберем модуль максимального отклонения.

$$|\Delta\psi|_{\max} = \max\{f(\varphi_i, x_1, x_2, \dots, x_8)\} \quad i = 1, 2, \dots, N,$$

где: $x_1 = OA$; $x_2 = BC$; $x_3 = EC$; $x_4 = AB$; $x_5 = AD$; $x_6 = \beta$; $x_7 = x_H$; $x_8 = y_H$ — варьируемые параметры схемы механизма,

N — число вычислений $\Delta\psi$ на интервале $[\varphi = 0, \varphi = \varphi_B]$. Неизменные параметры схемы: HD, x_E, y_E, α .

Алгоритм расчета целевой функции

1) $\varphi := 0$.

2) $x_A = OA \cdot \cos(\alpha - \varphi);$

$y_A = OA \cdot \sin(\alpha - \varphi);$

3) обращение к алгоритму АП2-1 для определения x_D, y_D .

3.1) ввод исходных данных в алгоритм АП2-1

$x_1 := x_H, y_1 := y_H, l_{13} := HD, x_2 := x_A, y_2 := y_A, l_{23} := AD, N := 0$.

3.2) обращение к АП2-1.

3.3) вывод выходных данных из АП2-1,

$$x_D = x_3; y_D = y_3.$$

$$4) \varphi_{DA} = \begin{cases} \arccos \frac{x_A - x_D}{AD}, & \text{если } y_A \geq y_D; \\ 2\pi - \arccos \frac{x_A - x_D}{AD}, & \text{если } y_A \leq y_D. \end{cases}$$

$$5) x_B = x_D + (AD + AB) \cdot \cos \varphi_{DA},$$

$$y_B = y_D + (AD + AB) \cdot \sin \varphi_{DA}.$$

6) обращение к алгоритму АП2-1 для определения x_c, y_c .

6.1) ввод исходных данных в алгоритм АП2-1

$$x_1 = x_B; y_1 = y_B; l_{13} = BC; x_2 = x_E; y_2 = y_E; l_{23} = EC; N = 0.$$

6.2) обращение к АП2-1.

6.3) вывод выходных данных из АП2-1

$$x_c = x_3; y_c = y_3.$$

$$7) \psi = \arccos \left(\frac{x_c - x_E}{EC} \right) - \beta.$$

8) определение угла передачи μ .

$$8.1) BE = \sqrt{(x_B - x_E)^2 + (y_B - y_E)^2}.$$

$$8.2) \cos \mu = \text{mod} \left(\frac{(BC)^2 + (EC)^2 - (BE)^2}{2(BC) \cdot (EC)} \right).$$

$$9) \Delta = \text{mod} |\psi|.$$

10) печатать Δ .

11) если $\varphi > 0$.

$$12) \Delta_{\max} = \Delta; (\cos \mu)_{\max} = \cos \mu.$$

13) идти к 17.

14) Если $\Delta \leq \Delta_{\max}$, идти к 17.

$$15) \Delta_{\max} = \Delta.$$

16) если $\cos \mu \leq (\cos \mu)_{\max}$ идти к 17.

$$17) (\cos \mu)_{\max} = \cos \mu.$$

18) печатать $\Delta_{\max}, \cos \mu_{\max}$.

$$19) \varphi = \varphi + \Delta \varphi.$$

20) если $\varphi \leq \varphi_B$ идти к 2.

21) конец.

11. АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ СИНТЕЗА КУЛАЧКОВЫХ МЕХАНИЗМОВ

Синтез кулачковых механизмов [1] есть процесс определения параметров схемы по заданному закону движения ведомого звена (толкателя).

11.1. Параметры схемы кулачковых механизмов

Параметры схемы кулачкового механизма - это размеры, определяющие теоретический профиль кулачка и основные размеры.

Способ представления теоретического профиля зависит от метода обработки кулачка [11]. В настоящее время обработка кулачков ведется, главным образом, на фрезерных станках с числовым программным управлением (ЧПУ) и на копировально-фрезерных станках.

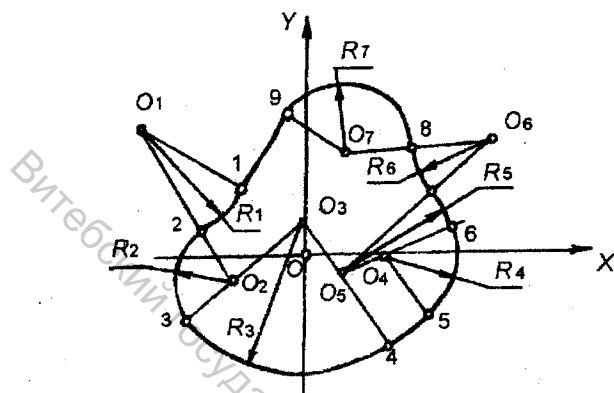
При обработке на станках с ЧПУ требуется иметь теоретический профиль плоского кулачка в виде сопряженных дуг окружностей и прямых (рис. 11.1). В таблице указываются координаты точек сопряжения 1, 2, ... и центров дуг окружностей $O_1, O_2, \dots$, а на чертеже теоретического профиля - радиусы дуг окружностей $R_1, R_2, \dots$

При обработке на копировально-фрезерных станках теоретический профиль плоского кулачка задается рядом точек $K_0, K_1, \dots$ в полярной системе координат (рис. 11.2). В таблице для этих точек указываются равностоящие углы α_i и соответствующие радиусы R_i .

По этим размерам сначала слесарным способом (вручную) изготавливают шаблон (копир) кулачка. Затем с помощью копира обрабатывают на станке кулачки.

В механизме с плоским кулачком и коромысловым толкателем (рис. 11.3) основными размерами являются: R_0 - минимальный радиус теоретического профиля кулачка, $OA = l_0$ - расстояние между центрами вращения кулачка и толкателя, l - длина коромыслового толкателя.

На рис. 11.4 приведена в двух проекциях схема пространственного механизма с цилиндрическим кулачком и коромысловым толкателем. В этом механизме закон движения ведомого коромысла не изменится, если вращающийся кулачок заменить плоским, совершающим поступательное движение, с теоретическим профилем, очерченным центром ролика на средней по глубине паза боковой поверхности цилиндра, развернутого на плоскость чертежа (рис. 11.5). Поступательное движение плоского кулачка должно происходить с окружной скоростью цилиндра $V_k = \omega_k \cdot D/2$, где: ω_k - угловая скорость цилиндрического кулачка, D - средний по глубине паза диаметр цилиндра. Теоретический профиль цилиндрического кулачка задается на чертеже в виде развертки в прямоугольной системе координат xOy (рис. 11.5) в виде множества точек, заданных через равные интервалы $\Delta x = \Delta \varphi \cdot D/2$, или в

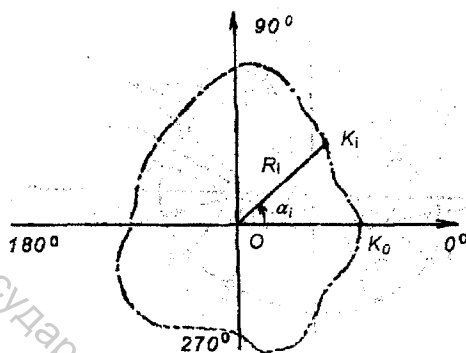


Таблица

Координаты точек X, Y	Обозначения точек								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X									
Y									

O ₁	O ₂	O ₃	O ₄	O ₅	O ₆	O ₇

Рис. 11.1



Таблица

α_i , град	0	2°	4°		
R_i , мм					

Рис. 11.2

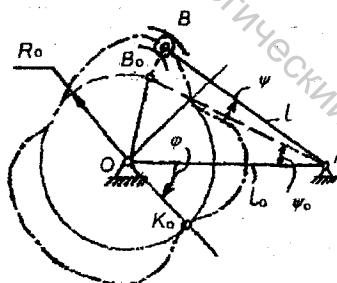


Рис. 11.3

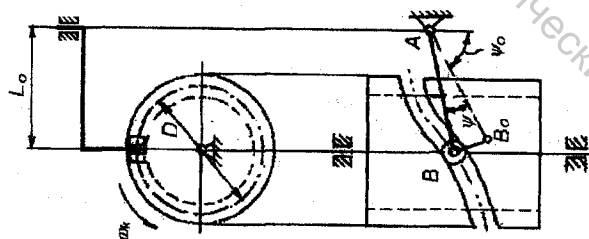
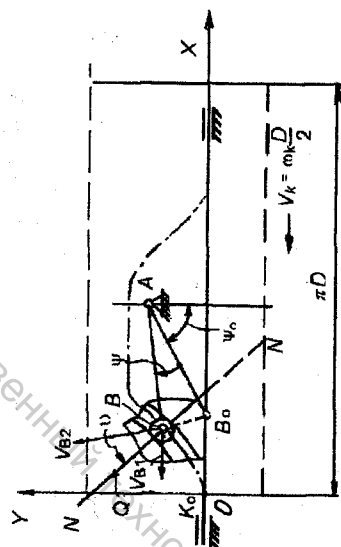


Рис. 11.4



а)

Рис. 11.5



б)

виде сопряженных дуг окружностей и отрезков прямых. В дальнейшем при синтезе будем рассматривать эквивалентный кулачковый механизм с плоским кулачком и коромысловым толкателем (рис. 11.5). Основными размерами механизма (рис. 11.4) являются D , $l = AB$ и межцентровое расстояние l_0 .

11.2. Выбор закона движения толкателя

Закон движения толкателя - это есть зависимость между координатой, определяющей положение толкателя, и временем. При равномерном вращении кулачка эта зависимость аналогична зависимости координаты толкателя от координаты, определяющей положение кулачка.

Для механизма с плоским кулачком и коромысловым толкателем (рис. 11.3) координата ψ толкателя отсчитывается от его крайнего нижнего положения AB_0 .

Положение кулачка можно определять начальным радиусом - вектором OK_0 (см. рис. 11.2), а отсчет углов φ поворота кулачка - производить от оси OA (см. рис. 11.3).

Для кулачкового механизма, изображенного на рис. 11.5, координата ψ толкателя отсчитывается от его крайнего положения AB_0 .

Положение кулачка можно определять начальной точкой K_0 теоретического профиля, а координату x_k отсчитывать от начала координат.

В общем случае закон движения толкателя может иметь несколько фаз подъема, опускания и выстоя. График такого закона представлен на рис. 11.6. Углы поворота кулачка, соответствующие фазам выстоя, обозначим $\varphi_{B1}, \varphi_{B2}, \dots$, соответствующие им перемещения толкателя равны нулю. Углы поворота кулачка, соответствующие фазам движения (подъема или опускания), обозначим $\varphi_{H1}, \varphi_{H2}, \dots$, а перемещения толкателя - $\psi_{H1}, \psi_{H2}, \dots$.

Закон движения толкателя может быть полностью определен выполняемой технологической операцией. Довольно часто задаются лишь значения фазовых углов выстоя и движения и соответствующие им перемещения толкателя. В последнем случае имеется свобода выбора закона движения между точками стыка фаз (1-2, 3-4, 4-5, 6-7 на рис. 11.6). При этом появляется необходимость сравнения различных законов движения на участках $\varphi_{H1}, \varphi_{H2}, \dots$ по критериям скорости, ускорения, а иногда - по производным пути более высокого порядка.

Объективное сравнение возможно с помощью безразмерных характеристик движения ζ, δ и ξ , рассматриваемых в функции безразмерного коэффициента времени k . Для абсолютных характеристик интервала $\varphi_{H1}, \psi_{H1}, \omega_k$ (ω_k - угловая скорость кулачка) безразмерные коэффициенты времени, пути, скорости и ускорения толкателя определяются из следующих соотношений:

$$k = \varphi / \varphi_{H1} \quad (11.1)$$

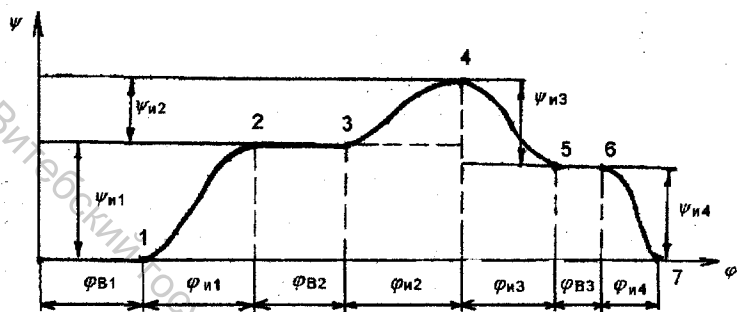


Рис. 11.6

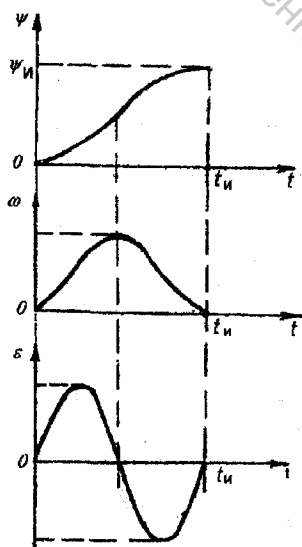


Рис. 11.7

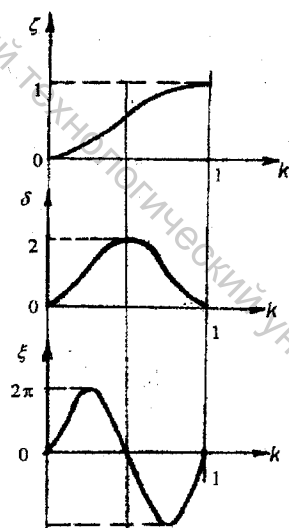
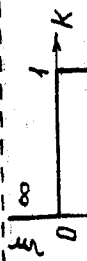
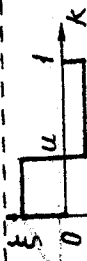


Рис. 11.8

Таблица I.

Некоторые законы движения ведомого звена

№ п/п	Наименование закона	График коэффициента ускорения		Пределы		$\xi = f(k)$	$\delta = f(k)$	$\xi = f(k)$
		от	до	от	до			
1.	Постоянной скорости			0	I	k	I	0
2.	Постоянного ускорения			0	u	k^2/u	$2k/u$	$2/u$
3.	С косинусоидальным ускорением			0	I	$\frac{1}{2}(1 - \cos \pi k)$	$\frac{\pi}{2} \sin \pi k$	$\frac{\pi^2}{2} \cos \pi k$
4.	Постоянной скорости с переходными участками по синусоиде			0	u	$k - \frac{u}{2} \frac{\sin \frac{\pi k}{u}}{2(1-u)}$	$\frac{1 - \cos \frac{\pi k}{u}}{2(1-u)}$	$\frac{\pi \sin \frac{\pi k}{u}}{2u(1-u)}$
				u	I - u	$k - \frac{u}{2}$	$\frac{1}{1-u}$	0
				I - u	I	$\frac{1-k}{2(1-u)} + \frac{u \sin \frac{\pi(1-k)}{2\pi(1-u)}}{2\pi(1-u)}$	$\frac{1 - \cos \frac{\pi(1-k)}{2(1-u)}}{2(1-u)}$	$\frac{\pi \sin \frac{\pi(1-k)}{2u(1-u)}}{2u(1-u)}$

$$\zeta = \psi/\psi_H, \quad (11.2)$$

$$\delta = \omega/\omega_{cp}, \quad (11.3)$$

$$\xi = \varepsilon/\varepsilon_{пост}, \quad (11.4)$$

где: φ , ψ , ω , ε - текущие значения углов поворота кулачка и толкателя, угловой скорости и углового ускорения толкателя, $\omega_{cp} = \psi_H/t_H$; $t_H = \Phi_H/\omega_K$; $\varepsilon_{пост} = \psi_H/t_H^2$.

На рис. 11.7 приведены графики $\psi = f(t)$, $\omega = f(t)$, $\varepsilon = f(t)$, а на рис. 11.8 - графики $\zeta = f(k)$, $\delta = f(k)$ и $\xi = f(k)$ для закона движения, с ускорением, изменяющимся по $\sin$:

$$\xi = 2\pi \cdot \sin 2\pi \cdot k.$$

При этом δ и ζ изменяются по законам, описываемым уравнениями:

$$\delta = 1 - \cos(2\pi \cdot k); \quad \zeta = 1/2\pi(2\pi \cdot k - \sin 2\pi \cdot k).$$

В таблице 11.1 приведены зависимости ζ , δ и ξ от k для законов движения, широко используемых при синтезе кулачковых механизмов.

При выборе законов движения толкателя следует придерживаться следующих правил.

1) Не допускаются резкие изменения ("скачки") скорости (коэффициента скорости) толкателя в точках стыка (см. рис. 11.6), так как это приводит к изломам в теоретическом профиле кулачка и к жестким ударам при работе механизма.

2) Для высокоскоростных кулачков (частота вращения более 1500 об/мин.) не допускаются резкие изменения ("скачки") ускорений толкателя в точках стыка, так как это приводит к резким изменениям радиуса кривизны теоретического профиля, сил инерции толкателя и к возникновению вибраций.

3) Для высокоскоростных кулачков более предпочтительны законы движения с меньшими значениями ξ_{max} , δ_{max} . Для законов движения, приведенных в табл. 11.1, соответствующие значения ξ_{max} и δ_{max} приведены в табл. 11.2.

Таблица 11.2.

Наименование закона	δ_{max}	ξ_{max}
Постоянной скорости	1	∞
Постоянного ускорения $u = 0,5$	2	4
С косинусоидальным ускорением	1,57	4,93
С синусоидальным ускорением	2	6,28
Постоянной скорости с переходными участками по синусоиде $u = 0,1$	1,11	17,4

11.3. Определение основных размеров кулачковых механизмов

Основные размеры кулачкового механизма (особенно минимальный радиус теоретического профиля кулачка) оказывают огромное влияние на

условия работы механизма, в первую очередь, на величину углов давления. Как известно, угол давления θ , есть угол между направлениями силы, действующей со стороны кулачка на толкатель, и скорости точки приложения этой силы. С увеличением углов давления возрастают силы давления в кулачковой паре и снижается ее долговечность. Практикой эксплуатации установлены допускаемые значения углов давления, которые составляют 30° для поступательно движущихся толкателей и 45° - для вращающихся.

Отметим также, что величина R_0 оказывает влияние на минимальный радиус кривизны $\rho_{\min}$ действительного профиля кулачка, который не может быть меньше радиуса r ролика толкателя во избежание "заострения" действительного профиля кулачка. Кроме того, при уменьшении $\rho_{\min}$ возрастают контактные напряжения в кулачковой паре.

Рассмотрим соотношение между основными размерами и углом давления для механизма с плоским кулачком и коромысловым толкателем (рис. 11.9 а). На рис. 11.9а обозначены: Q_{12} - сила реакции кулачка 1 на коромысловый толкатель 2, V_{B2} - скорость точки B_2 толкателя, V_{B1} - скорость точки B_1 кулачка, θ - угол давления, $l = AB$, $l_0 = OA$, R_0 - минимальный радиус кулачка.

Из плана скоростей механизма (рис. 11.9 б) имеем:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{ab_2}{ab_1} = \frac{pb_2 + ap}{pb_1 \cdot \cos x} = \frac{pb_2 + pb_1 \cdot \cos x}{pb_1 \cdot \cos x} = \frac{V_{B2} + V_{B1} \cdot \sin x}{V_{B1} \cdot \cos x} = \frac{V_{B2}}{V_{B1} \cdot \cos x} + \operatorname{tg} x.$$

Скорость точки B_1 кулачка определяется из соотношения $V_{B1} = \omega_k \cdot OB = \omega_k \cdot e / \sin x$, подставив его в формулу для $\operatorname{tg} \theta$, получим:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{V_{B2} \sin x}{\omega_k \cdot e \cdot \cos x} + \operatorname{tg} x = \operatorname{tg} x \left(\frac{V_{B2}}{\omega_k \cdot e} + 1 \right).$$

Из треугольника OBC имеем:

$$\operatorname{tg} x = \frac{e}{BC} = \frac{e}{OD} = \frac{e}{l_0 \sin(\psi + \psi_0)}.$$

Кроме того, $V_{B2} = \omega \cdot l$, где ω - угловая скорость толкателя.

С учетом этого получим:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\omega l / \omega_k + e}{l_0 \sin(\psi + \psi_0)}. \quad (11.5)$$

Из (11.5) следует, что угол давления θ является функцией ω .

Максимальное значение $V_{\max}$ имеет место при $\omega_{\max}$. Из (11.3) следует, что

$$\omega_{\max} = \delta_{\max} \cdot \omega_{\text{cp}} = \delta_{\max} \frac{\psi_{\text{н}} \cdot \omega_k}{\varphi_{\text{н}}}.$$

Обозначим соответствующее значение коэффициента пути ζ через ζ_m и учтем, что $e = l - l_0 \cdot \cos(\psi + \psi_0)$.

Тогда

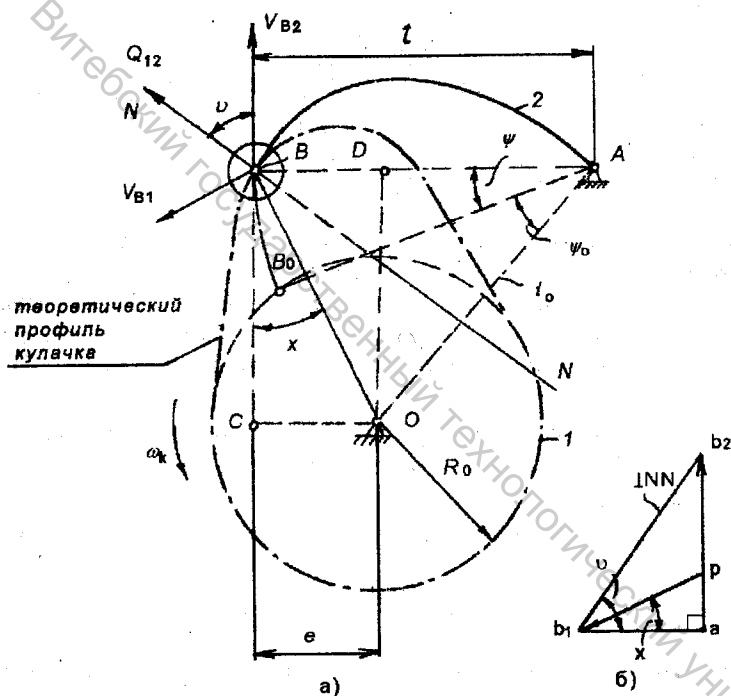


Рис. 11.9

$$\operatorname{tg} \vartheta_{\max} = \frac{1 \cdot \delta_{\max} \cdot \psi_{\text{И}} / \varphi_{\text{И}} + 1 - l_0 \cdot \cos(\zeta_m \cdot \psi_{\text{И}} + \psi_0)}{l_0 \sin(\zeta_m \cdot \psi_{\text{И}} + \psi_0)}.$$

Рассмотрим случай, когда $e = 0$ при $\omega = \omega_{\max}$. Тогда

$$l = l_0 \cdot \cos(\zeta_m \psi_{\text{И}} + \psi_0) \text{ и}$$

$$\operatorname{tg} \vartheta_{\max} = \frac{(1 \cdot \delta_{\max} \cdot \psi_{\text{И}} / \varphi_{\text{И}}) \cdot \cos(\zeta_m \cdot \psi_{\text{И}} + \psi_0)}{l_0 \sin(\zeta_m \cdot \psi_{\text{И}} + \psi_0)} = \frac{\delta_{\max} \cdot \psi_{\text{И}}}{\varphi_{\text{И}} \operatorname{tg}(\zeta_m \cdot \psi_{\text{И}} + \psi_0)}$$

Условие $\operatorname{tg} \vartheta_{\max} \leq \operatorname{tg} \vartheta_{\text{доп}}$ выполняется, если

$$\operatorname{tg} \vartheta_{\max} = \frac{\delta_{\max} \cdot \psi_{\text{И}}}{\varphi_{\text{И}} \operatorname{tg}(\zeta_m \cdot \psi_{\text{И}} + \psi_0)} \leq \operatorname{tg} \vartheta_{\text{доп}}. \quad (11.6)$$

Из условия (11.6) могут быть определены угол ψ_0 , а затем и другие основные размеры кулачкового механизма.

Аналогичным образом определяются основные размеры кулачкового механизма с цилиндрическим кулачком и коромысловым толкателем (рис. 11.4, 11.5). Из треугольника ab_1b_2 на плане скоростей механизма (рис. 11.5 б) следует:

$$\operatorname{tg} \vartheta = \frac{ab_2}{ab_1} = \frac{V_{B2} - V_{B1} \cdot \cos(\psi + \psi_0)}{V_{B1} \cdot \sin(\psi + \psi_0)} = \frac{V_{B2}/V_{B1} - \cos(\psi + \psi_0)}{\sin(\psi + \psi_0)},$$

где $\psi_0 = \arccos(l_0/l)$.

Преобразуем полученную формулу, подставив в нее выражения $V_{B2} = \omega \cdot l$; $V_{B1} = \omega_k \cdot D/2$:

$$\operatorname{tg} \vartheta = \frac{2\omega l / \omega_k \cdot D - \cos(\psi + \psi_0)}{\sin(\psi + \psi_0)}.$$

В том случае, когда $\vartheta_{\max}$ имеет место при максимальной угловой скорости толкателя,

$$\omega_{\max} = \delta_{\max} \frac{\psi_{\text{И}}}{t_{\text{И}}} = \delta_{\max} \frac{\psi_{\text{И}} \cdot \omega_k}{\varphi_{\text{И}}},$$

получим:

$$\operatorname{tg} \vartheta_{\max} = \frac{\frac{2\delta_{\max} \psi_{\text{И}} \cdot l}{\varphi_{\text{И}} \cdot D} - \cos(\zeta_m \cdot \psi_{\text{И}} + \psi_0)}{\sin(\zeta_m \cdot \psi_{\text{И}} + \psi_0)} \leq \operatorname{tg} \vartheta_{\text{доп}}, \quad (11.7)$$

где ζ_m - значение коэффициента пути ζ при $\omega = \omega_{\max}$.

Из неравенства (11.7) можно определить один из основных размеров механизма при заданных остальных и заданном допусковом значении $\vartheta_{\text{доп}}$ угла

давления ϑ . Если, например, заданы l и ψ_0 , то определяют D по формуле, полученной из неравенства (11.7):

$$D \geq \frac{2\delta_{\max} \cdot l \cdot \psi_{\Pi}}{\varphi_{\Pi} [\operatorname{tg} \vartheta_{\text{доп}} \cdot \sin(\zeta_{\text{н}} \cdot \psi_{\Pi} + \psi_0) + \cos(\zeta_{\text{н}} \cdot \psi_{\Pi} + \psi_0)]} \quad (11.8)$$

11.4. Аналитическое профилирование кулачков

11.4.1. Плоский кулачок

Задача профилирования сводится к аналитическому определению координат точек K_i профиля кулачка в полярной системе координат (R_i, α_i) . При заданных основных размерах l_0, l, R_0 и выбранном законе движения, т.е. при известных значениях φ_i, ψ_i координат кулачка и толкателя, необходимые аналитические соотношения могут быть определены из рассмотрения двух положений кулачкового механизма в обратном движении (при неподвижном кулачке) начального и текущего (рис. 11.10):

$$R_i = \sqrt{l^2 + l_0^2 - 2l \cdot l_0 \cdot \cos(\psi_0 + \psi_i)}, \quad (11.9)$$

$$\alpha_i = \varphi_i + A_i - A_0, \quad (11.10)$$

где:

$$A_0 = \arccos \frac{R_0^2 + l_0^2 - l^2}{2R_0 \cdot l_0}, \quad (11.11)$$

$$A_i = \arccos \frac{R_i^2 + l_0^2 - l^2}{2R_i \cdot l_0}, \quad (11.12)$$

Рассмотрим алгоритм расчета на ЭВМ участка профиля кулачка на интервале φ_{Π} , при заданных ψ_{Π}, l_0, l, R_0 , выбранном законе движения $\zeta = f(k)$. Пусть требуется определить профиль для N значений φ на интервале $[0, \varphi_{\Pi}]$.

$$1. \Delta k = 1/(N-1).$$

$$2. \psi_0 = \arccos \frac{l^2 + l_0^2 - R_0^2}{2l \cdot l_0}.$$

$$3. A_0 = \arccos \frac{R_0^2 + l_0^2 - l^2}{2R_0 \cdot l_0}.$$

$$4. k = 0.$$

$$5. \varphi = k \cdot \varphi_{\Pi}.$$

$$6. \zeta = f(k).$$

$$7. \psi = \zeta \cdot \psi_{\Pi}.$$

$$8. R = \sqrt{l^2 + l_0^2 - 2l \cdot l_0 \cdot \cos(\psi_0 + \psi)}.$$

$$9. A = \arccos \frac{R^2 + l_0^2 - l^2}{2R \cdot l_0}.$$

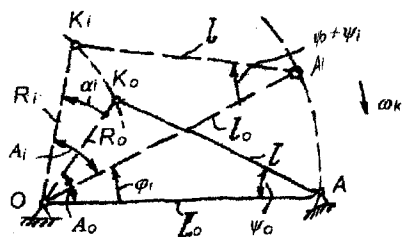


Рис. 11.10

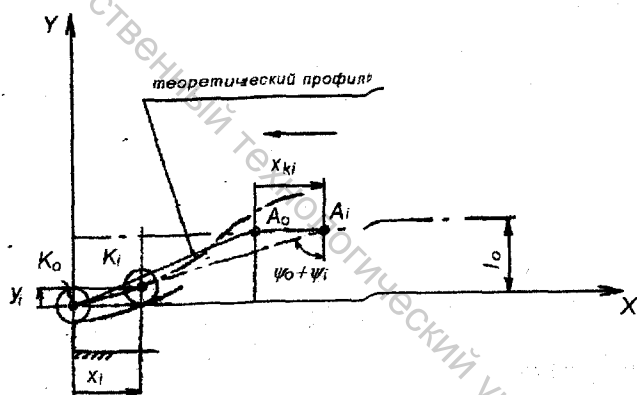


Рис. 11.11

10. $\alpha = \varphi + A - A_0$.
11. Печатать α , R.
12. $k = k + \Delta k$.
13. Если $k > 1$, идти к 15.
14. Идти к 5.
15. Кончаем.

11.4.2. Цилиндрический кулачок

При определении теоретического профиля рассматривается обращенное движение звеньев в эквивалентном механизме (рис. 11.5): кулачок принимается неподвижным, а неподвижный шарнир А ведомого звена - движущимся в направлении, обратном движению кулачка в механизме, с той же скоростью.

На рис. 11.11 показаны два положения ведомого коромысла в обращенном движении: начальное A_0B_0 (центр ролика B_0 совпадает с начальной точкой K_0 теоретического профиля кулачка) и текущее A_iB_i , определяемое расстоянием $x_{ki} = \varphi_i \cdot D/2$ между A_0 и A_i .

Из рис. 11.11 выводятся формулы для определения координат текущей точки K_i теоретического профиля кулачка:

$$x_i = x_{ki} + l \cdot \sin \psi_0 - l \cdot \sin(\psi_i + \psi_0), \quad (11.13)$$

$$y_i = l \cdot \cos \psi_0 - l \cdot \cos(\psi_i + \psi_0). \quad (11.14)$$

12. АНАЛИТИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ КУЛАЧКОВОГО МЕХАНИЗМА ПУГОВИЧНОГО ПОЛУАВТОМАТА

Подробное описание устройства и работы пуговичных полуавтоматов имеется в [12].

12.1. Параметры схемы механизма и закон движения толкателя

Кинематическая схема механизма приведена на рис. 12.1. При вращении кулачка 1 (на рис. 12.1 показана часть диска кулачка) коромысловый толкатель 2 совершает колебательное движение. Нижнее плечо 2а толкателя выполнено в виде кулисы. В кулисе скользит камень 3, образующий шарнирное соединение с пальцем 4а, закрепленным с помощью винта 4б на стойке 4в ползуна 4г. При колебательном движении кулисы 2 ползун 4г совершает возвратно-поступательное движение вместе с закрепленной на нем пуговицей 5. В крайних положениях ползуна отверстия в пуговице устанавливаются против оси иглы 6 швейной головки полуавтомата. Вывернув винт 4б, можно переместить палец 4а вверх или вниз по стойке 4в и тем самым изменить расстояние h , при этом будет изменяться длина хода S ползуна в пределах от $S_{\min}$ до $S_{\max}$.

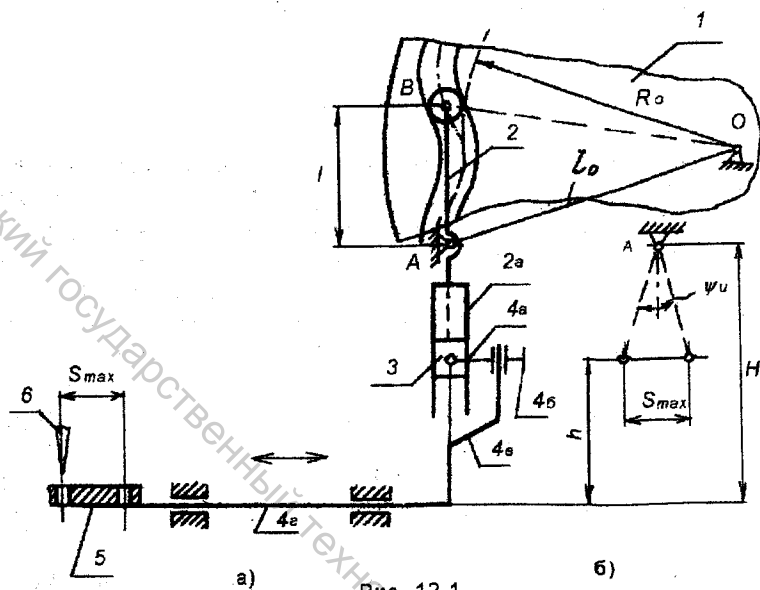


Рис. 12.1

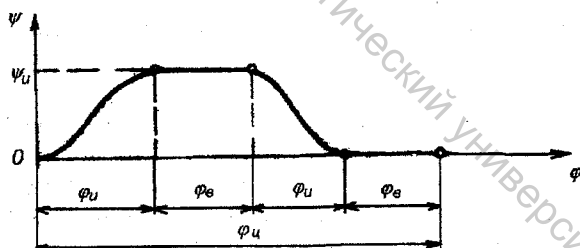


Рис. 12.2

График закона движения толкателя 2 показан на рис. 12.2 для одного цикла длительности φ_d . Этот закон повторяется за время одного оборота кулачка $N/2$ раз, где N - число стежков, выполняемых в процессе пришивки одной пуговицы. Таким образом, $\varphi_d = 4\pi/N$. При синтезе кулачкового механизма учитывается максимальный ход ползуна $S_{\max}$ (расстояние между отверстиями пуговицы), имеющий место при минимальном h (рис.12.1). Угол φ_H определится из соотношения (см. рис. 12.1):

$$\varphi_H = 2 \arctg \frac{S_{\max}}{2(H - h_{\min})}.$$

Значения углов поворота кулачка, соответствующих движению и выстою толкателя φ_H и φ_B , определяются из условий взаимодействия механизмов иглы [12] и подачи пуговицы.

Обозначим через Φ - угол поворота ведущего звена механизма иглы. Перемещение пуговицы 5 (рис. 12.1) должно совершаться в тот период цикла, когда игла находится над пуговицей. Этому периоду соответствует угол Φ_H поворота ведущего звена ($\Phi_H \approx 144^\circ$). Выстой пуговицы происходит, когда игла входит в отверстие пуговицы и прокалывает ткань. Этому периоду соответствует угол $\Phi_B = 360^\circ - \Phi_H$.

Кулачок I (рис. 12.1) совершает один оборот за N оборотов ведущего звена механизма иглы, поэтому: $\varphi_H = \Phi_H/N$, $\varphi_B = \Phi_B/N$.

Основными размерами кулачкового механизма являются R_0 ;

$$l_0 = OA; l = AB.$$

12.2. Синтез механизма

12.2.1. Постановка задачи синтеза

Рассмотрим случай, когда теоретический профиль кулачка (рис. 12.1) на участках подъема и опускания очерчивается дугами окружностей радиуса ρ , плавно сопряженных между собой и с окружностями максимального радиуса $R_{\max}$ и минимального R_0 (рис. 12.3).

В этом случае может быть принят следующий порядок проектирования. Сначала определяется минимальный радиус теоретического профиля R_0 (при этом возможны два варианта расчета), затем определяются l и l_0 .

Минимальный радиус теоретического профиля кулачка R_0 может быть определен по углу давления или по условию контактной прочности в кулачковой паре. Так как при этом возможно получение разных значений R_0 , то логично выполнить оба варианта расчета и принять наибольшее значение R_0 в качестве проектного.

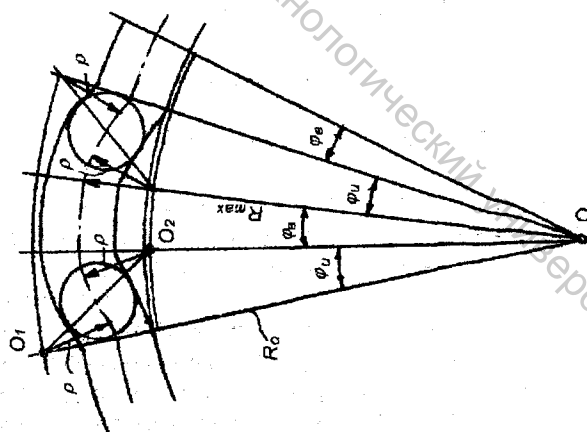


Рис. 12.3

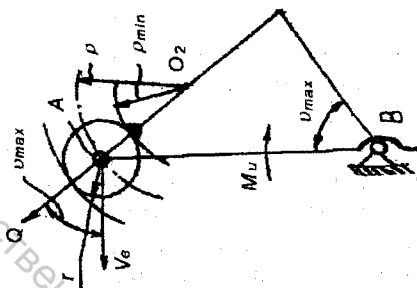


Рис. 12.4

12.2.2. Определение R_0 по углу давления

Воспользуемся формулой (11.6) для определения ψ_0 . При этом зададимся $\vartheta_{\text{доп}} = 45^\circ$, а безразмерные коэффициенты δ_{max} и ζ закона движения толкателя определим из следующих соображений. Ввиду резкого изменения радиусов кривизны теоретического профиля кулачка в точках сопряжения дуг окружностей (см. рис. 12.3) на границах и в середине интервалов $\varphi_{\text{и}}$ будут иметь место "скачки" ускорений. Поэтому закон движения будет приближаться к закону постоянного ускорения с $u = 0,5$ (см. таблицу 11.1). Отличие от последнего состоит в том, что "скачок" ускорения в середине интервала будет меньше, чем на его концах. По этой причине предполагаемый закон движения приближается к закону косинусоидального ускорения (см. таблицу 11.1). В связи с этим примем δ_{max} как среднее арифметическое для соответствующих коэффициентов законов постоянного ускорения ($\delta_{\text{max}} = 2$) и косинусоидального ($\delta_{\text{max}} = 1,57$) (см. таблицу 11.2): $\delta_{\text{max}} = (2 + 1,57)/2 = 1,785$. Коэффициент пути $\zeta_{\text{м}}$, соответствующий δ_{max} , примем равным 0,5. Подставив принятые значения $\vartheta_{\text{доп}}$, δ_{max} и $\zeta_{\text{м}}$ в (11.6), определим ψ_0 :

$$\psi_0 \geq \arctg \frac{\delta_{\text{max}} \cdot \psi_{\text{и}}}{\varphi_{\text{и}}} - 0,5 \psi_{\text{и}}.$$

Далее можно задаться одним из размеров l или l_0 . Например, при заданной величине l определяем l_0 , R_0 , R_{max} из формул (см. рис. 11.9 при $e = 0$):

$$l_0 = \frac{l}{\cos(0,5 \psi_{\text{и}} + \psi_0)};$$

$$R_0 = \sqrt{l_0^2 + l^2 - 2l_0 \cdot l \cdot \cos \psi_0};$$

$$R_{\text{max}} = \sqrt{l_0^2 + l^2 - 2l_0 \cdot l \cdot \cos(\psi_0 + \psi_{\text{и}})}.$$

12.2.3. Определение R_0 по условию контактной прочности

Следует ожидать наибольших контактных напряжений в кулачковой паре (рис. 12.4) в середине интервала движения $\psi_{\text{и}}$ толкателя, когда угол давления ϑ достигает максимального значения ϑ_{max} .

Условие контактной прочности запишем с учетом формулы Герца-Беляева [11]:

$$\sigma_{\text{max}} = 0,418 \sqrt{\frac{q \cdot E_{\text{np}}}{Q_{\text{np}}}} \leq [\sigma_k], \quad (12.1)$$

где: $q = Q/b$, Q - реакция в кулачковой паре, b - ширина ролика;

$$E_{\text{пр}} = \frac{2E_1 \cdot E_2}{E_1 + E_2}, \quad E_1, E_2 - \text{модули упругости 1-го рода}$$

материалов ролика и кулачка,

$$\frac{1}{\rho_{\text{пр}}} = \frac{r + \rho_{\text{min}}}{r \cdot \rho_{\text{min}}}, \quad r - \text{радиус ролика,}$$

ρ_{min} - минимальный радиус действительного профиля кулачка; $\rho_{\text{min}} = r - r$,

$[\sigma_k]$ - допускаемое контактное напряжение материала кулачка, согласно [12],

для чугунных кулачков $[\sigma_k] = 0,95 \sigma_B$,

σ_B - предел прочности чугуна при растяжении (например, для чугуна Сч-28 $\sigma_B = 280 \text{ Н/мм}^2$). Максимальная реакция Q , в кулачковой паре определяется из условия равновесия толкателя (рис. 12.4):

$$Q = \frac{M_{\text{и}}}{l \cdot \cos \vartheta_{\text{max}}},$$

где: $M_{\text{и}} = I_{\text{пр}} \cdot \varepsilon_{\text{max}}$,

$I_{\text{пр}}$ - приведенный момент инерции масс механизма (см. рис. 12.1);

ε_{max} - максимальное угловое ускорение коромысла.

Последнее может быть найдено из следующих соображений.

Из (11.4) следует:

$$\varepsilon_{\text{max}} = \xi_{\text{max}} \cdot \frac{\psi_{\text{и}}}{t_{\text{и}}^2},$$

где: $t_{\text{и}} = \varphi_{\text{и}}/\omega_k$, $\omega_k = \Omega/N$, $\Omega = \pi \cdot n/30$, n - частота вращения ведущего звена механизма иглы (об/мин).

ξ_{max} - может быть взято средним между соответствующими значениями для законов постоянного и косинусоидального ускорения (см. таблицу 11.1):

$$\xi_{\text{max}} = \frac{4 + 4,93}{2} = 4,465.$$

Из (12.1) определим $\rho_{\text{пр}}$:

$$\rho_{\text{пр}} = 0,18 \frac{q \cdot E_{\text{пр}}}{[\sigma_k]^2}.$$

Затем определим ρ_{min} , и ρ :

$$\rho_{\text{min}} = \frac{r \cdot \rho_{\text{пр}}}{r - \rho_{\text{пр}}},$$

$$\rho = \rho_{\text{min}} + r.$$

При известном ρ определим R_0 . Обратимся к рис.12.3. Из треугольника 00_10_2 по теореме косинусов имеем:

$$(0_10_2)^2 = (00_1)^2 + (00_2)^2 - 2(00_1) \cdot (00_2) \cdot \cos \varphi_{\text{и}}. \quad (12.2)$$

Подставим в эту формулу очевидные соотношения:

$$0_1 0_2 = 2\rho; \quad 00_1 = R_0 + \rho; \quad 00_2 = R_{\max} - \rho;$$

$R_{\max} = R_0 + \Delta R$, где ΔR - приращение радиуса на участке подъема, определяемое ввиду малости ΔR по сравнению с R_0 из приближенного соотношения $\Delta R = \psi_{\text{И}} l$ (здесь $\psi_{\text{И}}$ берется в радианах). Подставляя приведенные соотношения в исходное уравнение (12.2) и производя преобразования, получим квадратное уравнение относительно R_0 :

$$AR_0^2 + BR_0 - C = 0,$$

где:

$$A = 2(1 - \cos\varphi_{\text{И}}),$$

$$B = 2 \cdot \Delta R (1 - \cos\varphi_{\text{И}}),$$

$$C = 2\rho^2(1 - \cos\varphi_{\text{И}}) - \Delta R^2 + 2\Delta R \cdot \rho(1 + \cos\varphi_{\text{И}}).$$

Тогда:

$$R_0 = \frac{-B + \sqrt{B^2 + 4A \cdot C}}{2A},$$

т.к. $R_0 > 0$.

Если наибольшим окажется R_0 , определяемое по первому варианту, т.е. по углу давления, то возникает необходимость определения ρ при известных R_0 , $\varphi_{\text{И}}$.

Необходимую формулу можно вывести из уравнения (12.2) после подстановки в него тех же соотношений для $0_1 0_2$; 00_1 ; 00_2 , решением этого уравнения относительно ρ :

$$A\rho^2 + B_1\rho - C_1 = 0,$$

где:

$$A = 2(1 - \cos\varphi_{\text{И}}),$$

$$B_1 = 2\Delta R(1 + \cos\varphi_{\text{И}}),$$

$$C_1 = R_0^2 + (R_0 + \Delta R)^2 - 2R_0(R_0 + \Delta R) \cos\varphi_{\text{И}}.$$

Решая уравнение получим:

$$\rho = \frac{-B_1 + \sqrt{B_1^2 + 4A \cdot C_1}}{2A}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Артоболевский И.И., Левитский Н.И., Черкудинов С.А. Синтез плоских механизмов. – М.: Физматгиз, 1959. – 1084 с.
2. Артоболевский И.И. Теория механизмов. – М.: Наука, 1975. – 640 с.
3. Бейер Р. Кинематический синтез механизмов. – Киев: Машгиз, 1959. – 318 с.
4. Будинов К.Д., Мартыросов А.А., Попов Э.А., Туваева А.А. Основы теории, конструкция и расчет текстильных машин. – М.: Машиностроение, 1975. – 390 с.
5. Вальщиков Н.М., Зайцев Б.А., Вальщиков Ю.Н. Расчет и проектирование машин швейного производства. – Л.: Машиностроение, 1973. – 344 с.
6. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. – М.: Наука, 1970. – 664 с.
7. Озол О.Г. Основы конструирования и расчета механизмов. – Рига: «Звайгзне», 1979. – 360 с.
8. Пейсах Э.Е., Нестеров В.А. Система проектирования плоских рычажных механизмов. – М.: Машиностроение, 1988. – 232 с.
9. Полухин В.П. Проектирование механизмов швейно-обметочных машин. – М.: Машиностроение, 1972. – 280 с.
10. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. – М.: Мир, 1975, пер. с англ. – 534 с.
11. Румянцев А.В. Технология изготовления кулачков. – Л.: Машиностроение, 1969. – 232 с.
12. Исаев В.В., Франц В.Я. Устройство, работа, наладка и ремонт швейных машин. – М.: Легкая индустрия, 1966. – 204 с.

Библиотека ВГУ



Учебное издание

Сункуев Борис Семенович

Синтез механизмов

Учебное пособие

Редактор А.Г.Семин

Технический редактор А.З.Козлов

Корректор В.М.Талеренок

Подписано в печать 1.10. 2001г. Формат 60х84/16. Бумага офсетная. Печать ризографическая. Гарнитура ТАЙМС. Усл.печ.л.5,25. Уч.-изд.л.4,88. Тираж 100 экз. Заказ 353

Издатель и полиграфическое исполнение: УО «Витебский
государственный технологический университет».

Лицензия ЛП № 89 от 26.01.2001г.

Лицензия ЛВ № 192 от 19.01.2001 г.

210035, Витебск, Московский проспект, 72