МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
Учреждение образования
«Витебский государственный технологический университет»

С.В. Смелкова

ОСНОВЫ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Рекомендовано Научно-методическим Советом Учреждения образования «Витебский государственный технологический университет» в качестве учебного пособия

Витебск
2005

УДК 685.34.001.5
ББК 37.225
С 50

Р е ц е н з е н т ы : заместитель технического директора ОАО «Красный Октябрь» В. Ф. Дардык,
начальник экспериментального цеха ОАО «Красный Октябрь» Т. Я. Окунева,
доцент кафедры конструирования и технологии одежды Н. П. Гарская.

Основы научных исследований:
С 50 учеб. пособие/ С. В. Смелкова. УО «ВГТУ». – Витебск, 2006.
– 89 с.

ISBN № 985-481-032-1

В учебном пособии изложены: предмет и задачи дисциплины; общие сведения о науке и научных исследованиях, значение НИР на современном этапе; поиск, накопление и обработка научной информации; научный эксперимент, обработка и анализ результатов эксперимента; оформление данных НИР, внедрение результатов исследований.
Учебное пособие хорошо проиллюстрировано и предназначено для студентов, получающих высшее и среднее специальное образование, а также инженерно-технических работников обувной промышленности.

УДК 685.34.001.5
ББК 37.255

ISBN № 985-481-032-1

Содержание

Введение

Главная особенность современного вуза в том, что основой подготовки специалистов является научная работа теоретического и прикладного характера. Иначе говоря, современное высшее учебное заведение является учебно-научным учреждением.

Система высшего технического образования, основанная в России во второй половине XVIII века (в 1773г. в Петербурге было открыто Горное училище), в 1916 году уже обеспечивала подготовку инженеров по 35 специальностям. Бурное развитие промышленности, предусмотренное первым пятилетним планом, потребовало большого количества специалистов. С целью приближения технических вузов к требованиям промышленности их передали промышленным наркоматам. Эта мера позволила решить успешно проблему подготовки кадров.

Характерный для современной эпохи процесс повсеместного проникновения науки и техники во все области человеческой деятельности, процесс быстрых изменений в производстве и во всем укладе жизни, названный научно-технической революцией, является определяющим фактором при оценке содержания высшего образования.

Курс «Основы научных исследований» вооружает методическими и организационными принципами проведения исследовательской работы.

Основной особенностью современного высшего образования является дальнейшее развитие научной подготовки специалистов. С этой целью следует придавать большое значение развитию у студентов творческих способностей. Специалист должен уметь ставить задачи применительно к человеко-машинным системам, широко их использовать при изучении явлений, поиске оптимального решения проблем и при разработке методов управления.

Специалист сегодня – это человек, который имеет широкую научную и практическую подготовку, в совершенстве владеет своей специальностью, умелый организатор, умеет работать с людьми, человек высокой культуры, широкой эрудиции.

1 Значение научно-исследовательской работы на современном этапе. Предмет и задачи НИР

1.1 Научная работа на специальной кафедре

Научно-исследовательскую работу в вузе рассматривают в трех аспектах. Это, во-первых, подготовка высококвалифицированных специалистов, воспитание их в духе требований современной науки и техники, возможность прививать им навыки постоянной самостоятельной работы.

Во-вторых, повышение квалификации профессорско-преподавательского состава. В-третьих, развитие научных исследований в вузе дает возможность включить большой коллектив ученых, аспирантов и студентов в решение актуальных научно-технических задач.

Органическое объединение учебного процесса с научными исследованиями является основой организации эффективной системы высшего образования.

Студенты высшей школы непременно должны быть приобщены к поиску новых для науки знаний. Эту задачу решают специальные кафедры в ходе преподавания специальных дисциплин, непременным условием которого является привлечение студентов к научной работе.

При организации научных исследований на кафедре учитывается взаимодействие науки и образования с производством. Схема этого взаимодействия показана на рис. 1.

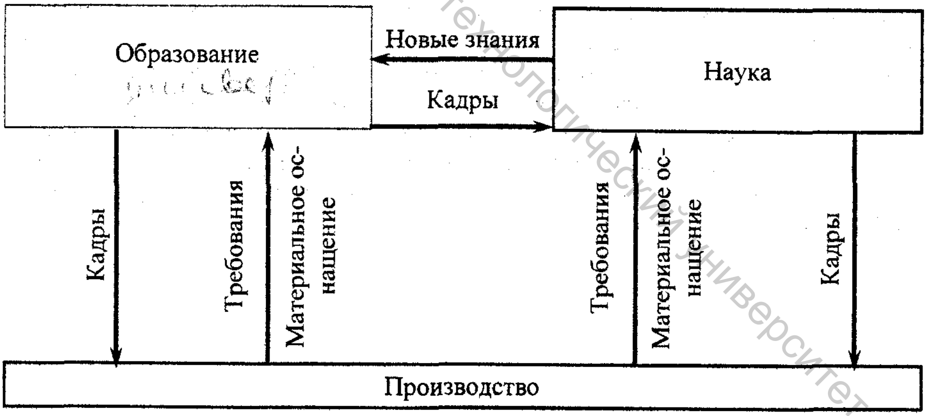


Рис. 1

Влияние уровня производства на образование и научно-технический прогресс определяется главным образом требованиями, вытекающими из тенденций развития общественного производства. В то же время научно-технический прогресс обусловливает возрастающую дифференциацию отраслей народного хозяйства и выделение новых производств; вызывает изменение структуры подготовки кадров, выделение новых профилей и специальностей, организацию новых вузов. Влияние производства на высшее образование и научно-технический прогресс проявляется также в их материально-техническом обеспечении.

Актуальность и перспективность научного направления должны оценивать сами ученые с участием АН Беларуси и заинтересованных ведомств, которые призваны прогнозировать направление научно-технического прогресса. В решении этой задачи большую роль может сыграть обобщающая научная работа кафедры, выполняемая в связи с преподаванием специальных дисциплин. Она неизбежно приводит к выявлению «узких мест» в данной области техники и технологии, дает научные предпосылки для их преодоления и позволяет четко сформулировать проблемы.

Существенное повышение ее эффективности должна дать проводимая координация исследований. Тематические планы вузов согласовываются с заинтересованными отраслевыми НИИ и предприятиями. Сотрудничество вуза с производственными организациями ускоряет внедрение результатов НИР.

Как было сказано выше, владение методологией и навыками ведения исследовательской работы – один из основных признаков специалиста широкого профиля, которого должен подготовить современный вуз.

Главная задача НИРС в том, что будущий специалист за время обучения не просто накопил знания, а отработал четкую систему мышления, развил кругозор, мировоззрение. Научное творчество создает для этого исключительно благоприятные условия.

Хоздоговорные и госбюджетные работы создают необходимый фундамент для развития студенческого научного творчества по конкретным проблемам народного хозяйства.

1.2 Наука и научный работник

«***Наука*** – исторически сложившаяся и непрерывно развивающаяся на основе общественной практики система знаний о природе, обществе и мышлении, об объективных законах развития … Наука представляет собой процесс непрерывно углубляющегося познания законов реального мира. Исходя из факторов действительности, наука дает правильное объяснение их происхождения и развития, раскрывает существенные связи явлений, вооружает человека знанием объективных законов реального мира с целью их практического применения» [1].

Главное занятие науки – собирать, систематизировать и обобщать факты. ***Главный метод науки*** – строить предположения, пытающиеся уловить закономерности и зависимости, и проверять на опыте выводы из этих предположений. ***Главный прием обоснования в науке*** – эксперимент, опытное доказательство. ***Главный процесс развития*** в науке – обобщения, углубление постепенным сведением уже замеченных регулярностей ко все более общим формулировкам [11].

Различают четыре стадии обобщения: предположение, гипотезу, теорию, закон.

Предположение – это стадия обобщения, на которой обоснование отсутствует.

Гипотеза – научно обоснованное обобщение. Гипотезы, подтвержденные практикой, превращаются в ***теорию***. Теория облегчает обнаружение такой общности в фактах, пользуясь которой можно облегчить дальнейшее накопление фактов и предвидеть возможные факты ранее их опытного обнаружения. ***Закон*** – стадия максимально возможной в данный момент опытной обоснованности. Поиск главного – основа всякого теоретизироавния.

Научные и технические достижения классифицируют следующим образом: открытие, разработка, обобщение.

Открытие – это обнаружение новых явлений, установление новых взаимосвязей. Под новым явлением понимают факт, выходящий за рамки прежних научных представлений. ***Разработка*** – это конструирование новых устройств, улучшение способов. Если разработка носит творческий характер, т.е. содержит совершенно новую задачу, подход и результат, отличающийся полезностью, разработка называется ***изобретением***. К ***обобщениям*** относят установление новых эмпирических зависимостей, формулировку принципиально новых общих закономерностей, позволяющих объяснить эмпирические.

Между достижениями разного рода существует связь: экспериментальные факты дают повод для создания теории, на основании теории делаются открытия, которые служат толчком для изобретения. Иллюстрацией этого положения является цепочка Фарадей – Максвелл – Герц – Попов (эксперименты электромагнитной индукции – теория поля, предсказавшая возможность существования электромагнитных колебаний разных длин волн, - открытие радиоволн – изобретение радио).

Наука проходит в своем развитии различные стадии. На начальной стадии она является описательной, она еще не влияет на основные соотношения в своей области (примеры: география, астрономия). По мере развития науки описательное становится лишь небольшой ее частью, наука становится точной.

Структура науки непрерывно меняется. По мере развития наук они разрастаются вширь. При этом происходит смыкание наук, ранее казавшихся отдаленными. Появляются вопросы, над которыми работают одновременно несколько наук. Разрастание таких общих задач ведет к возникновению новых направлений, новых научных областей. Этот процесс непрерывен, поэтому подразделение наук на отдельные отрасли всегда условно.

Уровень функционирования научной системы определяется степенью обеспеченности ее кадрами, наличием информации о развитии науки, технической оснащенности научно-исследовательского процесса, организацией труда исследователей.

Большое значение в научной работе имеет соблюдение определенных этических норм. В первую очередь это объективная оценка собственных достижений. Чрезмерная уверенность в правильности своих теорий может служить серьезной психологической помехой в работе ученого: все наблюдения он проводит с предвзятой целью подтвердить теорию, он упорно возражает против того, чего не может объяснить его теория.

Чрезмерная неуверенность проявляется в стремлении еще и еще проверять свои выводы и наблюдения. В итоге результаты работы оказываются неопубликованными. Например, в архивах Кавендиша были обнаружены материалы, подтвердившие, что он открыл закон Ома за 70 лет до того, чьим именем этот закон назван.

Наука развивается в условиях постоянной полемики. Это обстоятельство накладывает особо жесткие требования на соблюдение исследователями ***этических норм***. К таким нормам относятся: скромность в оценке собственных работ, добросовестность в оценке роли других исследователей, умеренность в спорах о приоритете.

К природным ***качествам, необходимым исследователю***, относят память, наблюдательность, воображение, сообразительность.

Наблюдательность – это стремление заметить что-либо и сопоставить с ранее известным. Именно в этом стремлении заключается отличие наблюдательности от простого запоминания.

Воображение (фантазия) необходимо для постановки задачи, построения предположения, для поисков способа проверки предположения.

Под ***сообразительностью***, нужной исследователю, следует понимать не какое-то особое качество, а качество, обыденное для неглупых людей и широко применяемое в жизни. Сообразительность характеризуется не только быстротой нахождения решения, но умением анализировать возможные пути решения с тем, чтобы остановиться на самом правдоподобном.

Как видим, речь идет о качествах, необходимых человеку практически при любых видах деятельности. Эти качества развиваются всей программой обучения в вузе. Педагогическая проблема подготовки научного работника заключается не в развитии у него определенных природных качеств и выработке определенных навыков и умений, а в воспитании человека, увлеченного проблемами науки. Основатель кибернетики Н. Винер писал о том, что артистом, писателем и ученым должен руководить такой непреодолимый импульс к творчеству, который делает их готовыми работать бесплатно и даже самим платить за то, чтобы иметь возможность заниматься своей работой.

В современной науке, чтобы получить серьезные результаты, необходимо сочетать разнообразные научные интересы с умением сосредоточиться на одном из них. Наиболее заметным признаком одаренности является ***любознательность***, которую условно можно разделить на 2 вида: ***пассивную***, удовлетворяющуюся поиском уже полученных в науке и описанных в литературе результатов, и ***активную***, требующую самостоятельного исследовательского поиска, самостоятельных решений. Первый вид любознательности рождает эрудитов, второй – подлинных исследователей.

Неудовлетворенность – чрезвычайно многоплановый, многосторонний симптом научной одаренности, проявляющийся прежде всего по отношению к процессу и результатам собственного научного труда. ***Самокритичность*** – высшая форма разумного поведения. Талантливый человек ценит старое знание меньше, чем человек средних способностей. Талантливый человек более склонен к сомнению, нежели к одобрению.

Обычно бездарные люди – самые требовательные критики: не зная, что и как делается, они требуют от других невозможного.

Оптимизм – это результат опыта, который в достаточном числе случаев подтвердил убеждение или догадку в том, что не простое везение основа успеха, а более существенные обстоятельства, т.е. определенные качества интеллекта. ***Правильная постановка вопроса*** – важный признак интеллекта.

Кроме рассмотренных признаков интеллекта, многие обращают внимание также на чувство юмора, остроумие, простоту принимаемых решений, особенности письменной и устной речи человека.

Особенности умственного труда. Для умственного труда характерны: необходимое желание, стремление, решимость. Основные его особенности: всеобщий характер приобретения знаний, творческий подход, общедоступность результатов, единство индивидуального и коллективного, относительная самостоятельность, преемственность.

Умственный труд бывает обычно интенсивным, требующим распознавания и вспоминания, пополнения и перегруппировки, изоляции и комбинации.

Какой-либо элемент старых знаний вспоминается и распознается, сведения о нем применяются в новых знаниях. Пополнение и перегруппировка состоят в добавлении нового материала изменением постановки задачи с использованием приемов перестановки, обновления структуры. Изоляция и комбинация важны при изучении сложного явления: изоляция заключается в расчленении и выделении элементов из общего; затем их соединяют разными способами, что позволяет найти наиболее гармоничную (перспективную) комбинацию, увидеть общее в новом свете.

Умственные операции, которыми пользуются в научной работе, могут быть:

- концентрация внимания на целом;
- оценка перспектив;
- блуждание: поиск подхода.

Предлагается рассматривать ***научную деятельность*** как процесс, в котором взаимодействуют четыре компонента: конструктивный, гносеологический, коммуникативный и организаторский.

Конструктивный компонент включает отбор научной информации и ее переработку; конструирование системы знаний, необходимых для проектирования процесса научного поиска, предвидения и предварительной оценки результатов исследований.

Конструирование научного процесса опирается на умения: четко сформулировать цель, проблему, гипотезы, задачи исследования, найти наиболее эффективные и оригинальные методы изучения явлений и анализа полученных данных, критерии оценки изучаемых явлений. В конструктивном компоненте различают проектировочные и собственно конструктивные умения. Первые необходимы для мысленного моделирования всего научного поиска, а собственно конструктивные – для практического осуществления научного процесса на разных этапах.

Гносеологическая (познавательная) деятельность включает овладение системой знаний, познание окружающего мира и самого себя, генерирование новых идей и методов познания. Она опирается на следующие умения: воспринимать возникновение проблемной ситуации, формулировать проблему, решать проблему известным методом, находить новые способы решения проблемы путем выдвижения гипотез, обосновывать гипотезу, проверять найденное решение, давать определения, делать выводы, использовать математические методы, делать измерения.

Коммуникативная деятельность включает контакты с коллегами, с общественными организациями, с администрацией. Эта деятельность опирается на умения: всесторонне и объективно воспринимать человека; вызывать доверие, сопереживание в совместной деятельности; предвидеть и ликвидировать конфликт; справедливо, тактично и конструктивно критиковать товарища по совместной работе; воспринимать критику; использовать устную речь для установления эмоционального характера научного общения.

Организаторская деятельность обусловлена коллективным характером современной науки. Она включает взаимодействие с объектом исследования, с участниками комплексного исследования; с учеными, работающими в смежных областях науки. К умениям, обеспечивающим этот вид деятельности, относятся умения: организовать изучение объекта, провести эксперимент, организовать комплексное исследование, наладить взаимодействие с участниками комплексного исследования; распределить роли участников, учитывая особенности каждого; развернуть обмен информацией; наладить обучение; наладить публикацию; организовать индивидуальную работу участников; организовать коллективную работу; создать коллектив единомышленников.

Структура научной деятельности и соотношение ее компонентов формируются в основном в период подготовки специалистов. Эта деятельность может быть успешной, если все компоненты сформированы на достаточно высоком уровне.

Для формирования ***конструктивных умений*** решающее значение имеет подготовка ***по специальным наукам***; для ***гносеологических***, ***коммуникативных*** и ***организаторских*** умений определяющим фактором выступает подготовка по ***общественно-политическим***, ***психологическим дисциплинам***, а также ***общественная и трудовая деятельность***.

Ведущим структурным элементом во всех компонентах научной деятельности является владение различными методами сбора и обработки информации, организации научного поиска, обработки и анализа полученных данных, внедрения полученных результатов в практику. Успехов в научной деятельности достигает тот ученый, который своевременно и успешно овладел диалектико-материалистической теорией познания и методологией науки.

Научная теория – это высшая форма организации теоретического знания, представляющая собой совокупность основных идей и гипотез в соответствующей отрасли, объединенных в единую систему. ***Критерии истинности теории – практика***. Научные теории, основанные на знании объективных законов природы и общества, позволяют предвидеть явления, которые возникнут в будущем как результат действия этих законов.

Основа любой науки – ***методология***. Под термином ***методология*** понимается учение о методах, структуре, логической организации и средствах деятельности. В современной литературе под методологией понимают прежде всего методологию научного познания, учение о способах научно-исследовательской деятельности.

В структуре научной деятельности может доминировать один из компонентов. Это дает основание для ***классификации типов ученых*** на четыре группы. Первую группу составляют ученые с преобладанием конструктивного компонента. К этому типу относились Д. И. Менделеев, Г. Гегель, А. Эйнштейн. Вторую группу составляют лица с преобладанием гносеологического компонента. Те из них, кто способен анализировать собственную деятельность и деятельность других ученых, создают новые научные направления и свою научную школу (И. П. Павлов, Л. Д. Ландау). Третья группа - «организаторы». Они обладают способностью организовать работу коллектива. Эти люди способны руководить комплексными исследованиями, создают научные направления и школы. К этой группе ученых относятся А. Ф. Иоффе, И. В. Курчатов [1].

Четвертая группа – «коммуникативисты». При общении с другими учеными и с учениками они изучают и познают особенности их деятельности, содействуют ее совершенствованию. Для их творчества характерны размышления вслух, спор, общение.

Приведенное деление ученых по группам весьма условно. Достаточно указать, что И. П. Павлова можно одновременно отнести ко второй и четвертой группам. Развиваясь на протяжении творческой биографии ученого на каком-то этапе все компоненты будут находиться на высоком уровне развития и гармонически сочетаться в его научном творчестве.

По характеру функций, выполняемых в процессе приобретения знаний, различают исследователей теоретиков, экспериментаторов, информаторов и организаторов. Такое разделение обусловлено возросшей сложностью научного труда и необходимостью повышения его эффективности. Выбор того или иного вида деятельности определяется наклонностями людей. ***Теоретики*** – люди, способные к широким обобщениям; ***экспериментаторы*** – наблюдатели, склонные к меткому обнаружению деталей; ***организаторы*** – люди общительные, способные увлекать окружающих.

2 Поиск, накопление и обработка научной информации

2.1 Особенности научно-информационной деятельности

Быстрый рост объема информации о достижениях мировой науки и техники представляет серьезную проблему современной науки. Задача состоит в том, чтобы обеспечить эффективный поиск необходимых сведений в такой массе информации [11].

В ходе общественного разделения научного труда наряду с теоретической и экспериментальной деятельностью возникла как самостоятельная специальность ***научно-информационная деятельность***. ***Научно-информационная*** деятельность заключается в сборе, переработке, хранении, поиске закрепленной в документах научной информации, а также в ее представлении ученым и специалистам с целью повышения эффективности исследований и разработок. Каждый научный документ подвергается однократной исчерпывающей обработке высококвалифицированными специалистами. Результаты такой обработки вводятся в машинный комплекс, с помощью которого используются для решения разных информационных задач: издания реферативных журналов, бюллетеней сигнальной информации, аналитических обзоров, сборников переводов, для проведения избирательного распространения информации, справочно-информационной работы, копирования документов и др. видов информационного обслуживания. ***Научно-информационная деятельность*** относится к «формальным» процессам научной коммуникации, под которой подразумевается совокупность процессов представления, передачи и получения научной информации. Роль ученых и специалистов здесь сводится к первичной обработке научных документов. «Неформальные» процессы научной коммуникации: непосредственный диалог между учеными о проводимых исследованиях или разработках, посещение лабораторий и научных выставок, выступления перед аудиторией, обмен письмами и отписками публикаций, подготовка результатов исследований к опубликованию. Эти процессы выполняются самими учеными и специалистами, они занимают центральное место в труде научного работника. Теперь часть научных работников целиком посвящает свою деятельность сбору, критическому анализу и обобщению всех известных сведений по определенному вопросу или отрасли науки в целом. Научно-информационная деятельность осуществляется специализированными коллективами научных работников с использованием сложной техники.

Новая научная дисциплина – ***информатика***, изучающая структуру и общие свойства научной информации, а также закономерности ее создания, преобразования, передачи и использования в различных сферах человеческой деятельности, возникла в середине прошлого века. Она возникла на стыке таких дисциплин, как математическая теория информации, кибернетика, математическая логика, лингвистика, психология, библиотековедение, библиография, книговедение, науковедение, технические дисциплины. Возникла разветвленная сеть научно-информационных учреждений.

Многоотраслевые и отраслевые центры обеспечивают информацией о литературе как по всем отраслям науки и техники, так и по отдельным видам документов (патенты, нормативно-техническая документация, научно-технические отчеты и т.д.) местные информационные службы в институтах и на предприятиях, которые в свою очередь передают в вышестоящие органы сведения о новой научно-технической документации, создаваемой на местах.

Таким образом, имеются два главнейших информационных потока. Первый создается путем централизованной обработки мировой научно-технической литературы и информирования о ней заинтересованных организаций. Это нисходящий поток. Второй – восходящий – представлен, как правило, ведомственными публикациями: отчетной и технической литературой.

Проведение в жизнь такого принципа создает условия для систематического ознакомления с информацией о научных и технических достижениях, обеспечивает полноту отбора необходимых сообщений, сокращения сроков их доведения до потребителя. Четкое выявление необходимых источников в нисходящем потоке с одновременным обеспечением его пополнения материалами восходящего потока позволяет избежать огромных непроизводительных затрат на отбор и обработку информационных материалов (энциклопедия).

Информационное обеспечение представляют в виде системы, состоящей из создателей научно-технической информации (сигналы), информационной службы (передающие каналы), потребителей информации (приемники). Система эта замкнутая, т.к. потребители информации используют ее для создания соответствующей новой информации. В оптимальном варианте система будет состоять из двух подсистем: первая – избирательное распределение информации, вторая – аналитико-синтетическая переработка информации. Программирующими элементами данной системы (алгоритмами) являются планы научно-исследовательских и проектных работ.

2.2 Планирование науки. Основные компоненты исследования

Планирование науки состоит в том, что определяются те участки, над которыми наиболее целесообразно работать, и на этих участках сосредоточиваются силы. Планирование стимулирует проведение поисковых работ, открывающих новые пути прогресса [11].

В планировании современной науки имеется ряд общих особенностей. План должен конкретизировать ***цель исследований***; устанавливать их очередность; быть гибким для возможностей перестройки во время исследований; обеспечивать наилучшую расстановку и распределение ресурсов; воплощать в себе принцип координации научных исследований.

Научное исследование – процесс получения новых научных знаний. Оно характеризуется объективностью, точностью. Различают эмпирическую и теоретическую стадии исследования. На первой устанавливают новые факты науки и на основе их обобщения формулируются эмпирические закономерности. На второй выдвигаются и формулируются общие для данной предметной области закономерности, позволяющие объяснить ранее открытые факты и эмпирические зависимости, а также предсказать будущие события и факты.

Основные компоненты исследования: постановка задачи; предварительный анализ имеющейся информации, условий и методов решения задач данного класса; формулировка исходных гипотез; теоретический анализ гипотез; планирование и организация эксперимента; проведение эксперимента; анализ и обобщение полученных результатов; проверка исходных гипотез на основе полученных данных, окончательное объяснение новых фактов и формулировка законов, обоснование новых идей и научных предсказаний; внедрение полученных результатов в производство.

Результаты научных исследований не должны повторять ранее открытые факты и законы. Из 2х исследовательских процессов, решающих одну и ту же задачу, более эффективным является тот, который при прочих равных условиях приводит к намеченной цели в кратчайшие сроки.

2.3 Накопление и обработка научной информации

2.3.1 Программа и принципы обучения навыкам НИРС

Программа подготовки будущих инженеров к научной работе должна обеспечивать овладение всеми навыками и умениями, типичными для исследовательской деятельности: ***умения*** – находить необходимые источники, использовать источники информации, ставить задачу исследования, формулировать проблему, планировать и проводить эксперимент, давать определения, делать выводы, точно и кратко излагать результаты работы, оформлять научно-технический отчет, оформлять статью и заявку на изобретение, организовывать коллективные исследования, налаживать обучение участников исследования; ***навыки*** – проведение измерений, использование математических методов, пользование вычислительной техникой, создание и критика гипотез, выступления с докладами и сообщениями, ведение дискуссии, коллективное творчество.

Умение найти необходимые источники опирается на знание информатики, библиографических источников и навыков пользования ими.

Умение использовать найденный материал связано с освоением различных ***способов чтения***: просматривания, конспектирования, схематизации, анатомирования, конденсирования, разметки.

Просматривание преследует цель уяснить сущность работы и целесообразность ее изучения. ***Конспектирование*** – простейшая форма изучения литературы. Главная задача ***конспекта*** – сокращение материала при сохранении в нем самого существенного. ***Схематизация*** – процесс раскрытия внутреннего плана изложения, т.е. операция, аналогичная составлению оглавления. Прибегают в том случае, когда автор не уделил этому достаточного внимания. ***Анатомирование*** – выяснение хода мыслей автора. ***Конденсирование*** – это расширение составленного по одному источнику конспекта добавлением к нему материалов по тому же вопросу, извлеченных из других источников. За основу берутся источники, в которых требуемый вопрос изложен наиболее полно. Конденсирование позволяет оценить подходы разных авторов, устранить ошибки, обнаружить первоисточники, подготавливает к зарождению собственного взгляда на излагаемый вопрос. ***Разметка текста*** заключается в нанесении на полях отметок, относящихся к его построению, подчеркивании слов, которые могли бы служить заголовками частей, выделении определений и т.д. Разумеется, разметка недопустима при пользовании библиотечными книгами.

Умение точно и кратко изложить результаты своей работы определяет успех завершающего этапа научной работы – ее оформление и внедрение. Умение оформить научную работу требует владения техникой систематизации и аспектации информации, а также знания основ научного и литературного редактирования.

В основу организации НИРС как элемента учебного процесса необходимо положить следующие три принципа: плановость, комплексность тематики и обязательность.

Принцип ***плановости*** предусматривает необходимость планирования НИРС, исходя из сочетания задач учебного процесса и научных интересов кафедры, которые непрерывно связаны с преподаванием специальных дисциплин. Планирование включает в себя определение тематики студенческих работ, подбор руководителей и составление календарных планов.

Комплексность тематики подразумевает увязку тематики студенческих научных работ с проблемой, над решением которой трудится коллектив кафедры.

Обязательность НИРС для всех студентов следует понимать в том смысле, что каждый студент должен принять участие в НИРС. Обязательность завершения начатой научной работы обусловлена уже самим фактом отнесения НИРС к учебному процессу. При организации НИРС надо следить за тем, чтобы студенты ежедневно приводили в порядок протоколы эксперимента, строили необходимые графики и записывали выводы.

Важной формой НИРС является составление обзора литературы (рефератов). ***Реферирование*** – обязательная составная часть НИРС. На этой стадии студенты приобретают навыки работы с литературой, приучаются оценивать уровень работ в данной области и делать выводы о необходимости исследования тех или иных вопросов. При подготовке рефератов студенты должны использовать как отечественные, так и иностранные источники, реферативные журналы, библиографические справочники и патентную литературу. Ознакомление с патентными материалами должно быть обязательным во всех случаях, когда исследование того или иного вопроса заканчивается конструктивной или схемной разработкой. Выполнение экспериментальных работ – одна из наиболее интересных форм НИРС. При организации эксперимента необходимо руководствоваться принципами научности и доступности, связи теории с практикой, сознательности и активности.

Студенты, занимающиеся научно-исследовательской работой в период дипломного проектирования, могут привлекаться к выполнению опытно-конструкторских разработок принципиально новых устройств по предложениям, вытекающим из научных исследований руководителей НИРС. Выполнение такой работы связано с решением ряда теоретических вопросов, с проведением эксперимента и с выполнением действующих макетов.

В период выполнения НИРС проводятся НТК, на которых каждый студент выступает с докладом. По тематике студенческих докладов иногда выпускаются тезисы.

Работа завершается представлением отчета, который одновременно защищается с дипломным проектом. Часто, кроме отчетов, подаются заявки на изобретение и готовятся к публикации статьи. Наиболее интересные результаты студенческих НИРС оформляются в виде докладов, представляются на смотры, конкурсы разного уровня, экспонируются на выставках. Результаты НИРС, выполняемой в период дипломного проектирования, включаются в научные отчеты кафедры.

2.3.2 Принципы научного реферирования и составления научного обзора (обзор литературы)

Задача. Обзор литературы – обязательная часть всякого отчета об исследовании. Он должен полно и систематизированно излагать состояние вопроса ..., позволять объективно оценивать научно-технический уровень работы, правильно выбирать пути и средства достижения поставленной цели и оценивать как эффективность этих средств, так и работы в целом. Предметом анализа в обзоре должны быть новые идеи и проблемы, возможные подходы к решению этих проблем, результаты предыдущих исследований ..., данные экономического характера, возможные пути решения задач ... . Противоречивые сведения, содержащиеся в различных исходных документах, должны быть проанализированы и оценены с особой тщательностью (ГОСТ 19600 – 84 «Отчет о научно-исследовательской работе. Общие требования и правила оформления»).

Из анализа литературы должно быть видно, что в этом узком вопросе известно вполне достоверно, что сомнительно, спорно; какие задачи в поставленной технической проблеме первоочередные, ключевые; где и как стоит искать их решения.

Затраты времени на обзор складываются приметно так:

- выписки из справочников, чтение и конспектирование основных монографий – 5-5%;
- составление рабочего плана обзора – 1-2%;
- поиск периодики (и составление картотеки) – 5-8%;
- чтение и конспектирование периодики – 30-40%;
- отбор материала из конспектов, его сопоставление и анализ – 20-30%;
- написание обзора – 10-20%;

- правка текста – 10-15%;
- переписка и изготовление рисунков – 5-6%.

Исследование всегда имеет узкую конкретную цель. В заключение обзора обоснованы ***выбор цели и метода***. Весь обзор должен подготовить это решение. В обзоре важно отразить современное состояние нашей конкретной задачи.

Приступая к совсем новому для себя вопросу, надо взять из наиболее известных монографий и справочников основные сведения о нем и ссылки на основные статьи. Затем, просмотрев в систематическом каталоге технической библиотеки соответствующую рубрику (например, «Материаловедение изделий из кожи»), можно найти одну-две малоизвестные книги или брошюры по узкой теме работы. Библиография в книге обрывается за 2-3 года до выхода в свет. Все, что было после, надо искать в периодической печати. Прежде всего просматривают реферативный журнал за оставшиеся годы. К нему есть алфавитный предметный указатель (отдельный том за каждый год). Реферат в РЖ появляется через 5-7 месяцев после выхода статьи. Еще год проходит, пока он попадет в предметный указатель. Поэтому, кроме РЖ, надо просмотреть и основные журналы за последние год – два.

Когда разрабатывают новый технологический процесс, установку и т.д., сведения о патентах или их отсутствии – обязательная часть технико-экономического обоснования. Формулы всех изобретений, зарегистрированных в СНГ, помещают в бюллетене «Открытия. Изобретения. Промышленные образцы. Товарные знаки», а в США, Японии, ФРГ, Англии, Франции – в бюллетене ЦНИИ патентной информации «Изобретения за рубежом». Для поиска нужно иметь представление о системах классификации изобретений в этих странах. Полные сведения о патентах по данной теме, включая и иностранные, надо искать в патентно-технической библиотеке и отраслевых и региональных патентных фондах.

Во всех журналах статьи снабжены рефератами. Уяснив по реферату, аннотации, рисункам, выводам, что работа полезна, ее заносят в карточку с тем, чтобы вернуться к ней позже. Картотека много удобнее, чем тетрадь для ссылок, потому что карточки легко сортировать, отбирать, сравнивать. На карточке обязательно пишут фамилии и инициалы всех авторов, название журнала, год, том, номер, страницу.

Цель конспектирования – не только записать, но и предварительно обработать и проанализировать основные факты и аргументы автора, привести их к такому виду, чтобы можно было сравнить с другими экспериментами и теорией. Обычная ошибка – конспект выводов без анализа их надежности.

Все подробности методики, рассыпанные по тексту статьи, надо собрать и компактно изложить в начале конспекта.

Все интересные для нас графики схематически зарисовываем. Лучше на кальку.

Переработка информации сводится к изучению и запоминанию. Поэтому очень важно уметь работать с книгой. Переработка информации должна быть творческой, проводиться по системе. Внимательность, сосредоточенность, воображение, настойчивость, самостоятельность во многом помогают качественно перерабатывать информацию.

Производительность переработки зависит от умственной работоспособности, которая, в свою очередь, зависит от умения правильно распределить работу во времени, умело использовать физиологические перерывы. После 1-2 часов работы рекомендуется перерыв на 5-7 минут, физические и дыхательные упражнения. Все это стимулирует центральную нервную систему, повышает работоспособность.

После составления обобщенного конспекта проводится анализ информации (актуальность и новизна, последние достижения у нас и за рубежом, техническая целесообразность и экономическая эффективность). Анализ позволяет установить место предстоящего исследования, его цель, задачи и перейти к научному поиску. ***Научный поиск*** – интеллектуальный процесс, под которым понимаются свободные фундаментальные, целенаправленные фундаментальные и прикладные исследования.

Свободные фундаментальные исследования («чистая наука») носят разведывательный характер, требуют индивидуальной работы для познания еще неизвестных законов природы и общества.

Фундаментальные исследования направлены на решение определенных проблем при помощи научных методов.

Прикладные исследования заключаются в разработке техники и технологии на основе новых научных знаний.

Свободные фундаментальные исследования реализуются на практике через прикладные. Нет «чистых» фундаментальных и «чистых» прикладных исследований, а есть диалектическое единство фундаментальных и прикладных исследований, дополняющих и развивающих друг друга.

Эффективность научного поиска зависит от его организации. Основные принципы ***научного поиска*** – коллективность, комплексность, завершенность, преемственность научных и технических идей, распространение основных положений одной науки в другие, сочетание фундаментальных и прикладных, теоретических и экспериментальных исследований.

Эффективность и высокий теоретический уровень исследований, а иногда и сама возможность их постановки существенно зависит от совершенства технической базы. Под ***технической базой*** (техническим обеспечением) научных исследований понимается оборудование, необходимое для проведения лабораторного и производственного (эксплуатационные условия) эксперимента.

Научный поиск в прикладных науках представляет собой творчески перемежающиеся экспериментальные и теоретические исследования.

3 Научный эксперимент, обработка и анализ результатов исследования

3.1 Основные понятия и определения

3.1.1 Сущность измерения. Основные предпосылки

Процесс *измерения* характеризуется, с одной стороны, восприятием и отображением физической величины, а с другой стороны – нормированием, т.е. присвоением ей определенного числового значения (размера).

Размер x величины X представляет собой отношение измеряемой величины к величине N, принимаемой за эталон (единицу измерения):

$$X = x \cdot N. \quad (3.1.1)$$

Аналогичное соотношение имеет место для размерности

$$[d] = [-] \cdot [d]. \quad (3.1.2)$$

Для проведения указанных операций должны быть удовлетворены две основные предпосылки:

подлежащая измерению физическая величины должна быть однозначно определена;

единицы измерения должны быть установлены соглашением.

Обе предпосылки не являются само собой разумеющимися. В то время как величины «длина», «вес», «время» воспринимаются всеми как вполне определенные из опыта, величина «коэффициент полезного действия» уже нуждается в конкретном определении. Такие величины, как «уют» из области климатотехники или «интеллигентность», до сих пор не имеют общепризнанного определения и поэтому не могут быть измерены. Аналогичное значение имеет соглашение об эталонах. Эталоны, с одной стороны, тесно связаны с современным состоянием техники, а с другой – обусловлены целесообразностью реализации и удобством применения.

Величины и единицы их измерения, определяемые независимо друг от друга, называются *абсолютными* или основными. Генеральной конференцией по мерам и весам установлены семь физических величин, единицы измерения которых приняты за основные: длина, масса, время, температура, электрический ток, сила света и количество вещества [2, 3].

3.1.2 Эталоны и единицы физических величин

Основными единицами Международной системы единиц (СИ) являются: метр (м), килограмм (кг), секунда (с), ампер (А), кельвин (К), кандела (кд), моль (моль) [2, 3].

3.1.2.1 ДЛИНА

В 1960 году на XI Генеральной конференции по мерам и весам было дано новое определение метра:

$1\ м \cong 1650763{,}73\ \lambda_0$, (3.1.3)

где λ_0 - длина волны излучения, испускаемого атомами изотопа ^{86}Kr в вакууме при переходе с уровня $2p_{10}$ на уровень $5d_5$. Этот эталон воспроизводится с погрешностью $+10^{-9}$. Для практического применения хранятся и используются для передачи размера рабочие эталоны.

3.1.2.2 МАССА

Основной эталон массы представляет собой платиново-иридиевый цилиндр, так называемый международный прототип килограмма, находящийся на хранении в Национальном архиве Франции. В отдельных странах для практических целей хранятся эталоны – копии. Эти эталоны поверяются с помощью коромысловых весов с погрешностью, равной нескольким долям пикограмма.

3.1.2.3 ВРЕМЯ

В 1964 году секунда была принята в качестве основного эталона и получила новое определение:

$1\ с \cong 9192\,631\,770 t_0$, (3.1.4)

где t_0 – период излучения, соответствующий переходу между двумя сверхтонкими уровнями основного состояния атомов ^{133}Cs. Цезиевые лучевые разонаторы воспроизводят соответствующую частоту с точностью лучше, чем 10^{-10}.

3.1.2.4 ТЕМПЕРАТУРА

Измерение температуры затрагивает несколько вопросов, которые вытекают из приведенного выше определения измерения. В противоположность таким физическим величинам, как длина, масса и т.д., температура является не экстенсивной (параметрической), а интенсивной (активной) величиной. При соединении двух тел их длины складываются; аналогично делится пополам масса гомогенного тела при его делении на две равные части. Температура, являющаяся интенсивной величиной, таким свойством аддитивности не обладает. Определение температуры – первая основная предпосылка измерения – исходит из обнаруженного экспериментально явления термического равновесия. Согласно ему температура систем (тел), находящихся в термическом равновесии, одинакова. Это явление не дает непосредственных путей построения температурной шкалы; не представляется возможности создать эталон температуры аналогично тому, как создаются эталоны экстенсивных величин.

Построение температурной шкалы аналитическими методами, например, с помощью коэффициента полезного действия цикла Карно, законов идеального газа и статистической газодинамики, непригодно для использования как метрологически, так и вследствие непреодолимых теоретических трудностей.

Задача построения температурной шкалы может быть решена путем измерения какого-либо термического свойства некоторого тела (термометра), находящегося в термическом равновесии с контролируемой системой. Свойство и вид тела должны быть выбраны по соответствующему соглашению. Должна быть также выбрана нулевая точка шкалы (что для экстенсивных величин не требуется). Такой принцип построения шкалы позволяет создать эталон температуры с экстенсивными свойствами.

Так как выбор термометра и измеряемого свойства принципиально ничем не ограничен, то могут быть обеспечены воспроизводимость и практическая применимость, а также удовлетворены требования расчета теоретической температурной шкалы.

Температурной шкалой такого рода является Международная практическая температурная шкала (МПТШ - 68), принятая XIII Генеральной конференцией по мерам и весам. Единица 1 К (1 кельвин) определена как 1/273,16 термодинамической температуры тройной точки воды. В дальнейшем было установлено равенство 1 °С (градус Цельсия) = 1 К. Нулевая точка шкалы Цельсия лежит на 0,01 К ниже тройной точки воды, при этом имеет место следующее соотношение между температурой Кельвина и Цельсия:

$$\vartheta \; [^{\circ}C] = T[K] - 273{,}15 \; [K]. \qquad (3.1.5)$$

МПТШ – 68 основана на двенадцати воспроизводимых равновесных температурных состояниях, так называемых определяющих точках (табл. 3.1.1). В интервалах между определяющими точками значения температур основываются на показаниях эталонных термометров и рассчитываются по предписанным интерполяционным формулам, устанавливающим связь между показаниями эталонных приборов и МПТШ – 68 [1].

В качестве эталонного термометра в области от 13,81 до 903,89 К принят платиновый термометр сопротивления с определенной спецификацией. Эта область разбита на пять подобластей, для каждой из которых определены формулы интерполяции в виде полиномов до 4-й степени.

В области от 903,89 до 1337,58 К эталонным термометром является термопара с электродами из платины и платинородия (10% родия). Соотношение между термоэлектродвижущей силой и температурой выражается уравнением второй степени.

Таблица 3.1.1. ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ТОЧКИ МПТШ – 68

Определяющие точки	T_{68} [К]	ϑ_{68} [°C]	p [Н/м^2]
1	2	3	4
Тройная точка водорода	13,81	-259,34	-
Точка кипения водорода	17,042	-256,108	33330,6
Точка кипения водорода	20,28	-252,87	101325
Точка кипения неона	27,102	-246,048	101325
Тройная точка кислорода	54,361	-218,789	-
Точка кипения кислорода	90,188	-182,962	101325
Тройная точка воды	273,16	0,01	-
Точка кипения воды	373,15	100	101325
Точка затвердевания цинка	692,73	419,58	101325

Продолжение таблицы 3.1.1

1	2	3	4
Точка затвердевания серебра	1235,08	961,93	101325
Точка затвердевания золота	1337,58	1064,43	101325

Выше 1337,58 К (точки затвердевания золота) Международная практическая температура определяется спектральным пирометром в соответствии с законом излучения Планка.

Взаимосвязь между «спектральной» плотностью L (λ, T_{68}) излучения черного тела при длине волн λ и подлежащей измерению температурой T_{68}, с одной стороны, и «спектральной» плотностью (λ, $T_{68\ \mathrm{Au}}$) при той же длине волн λ и исходной температуре $T_{68\ \mathrm{Au}}$ = 1337,58 К (точке затвердевания золота) воспроизводится следующим соотношением:

$$\frac{L(\lambda, T_{68})}{L(\lambda, T_{68,Au})} = \frac{\exp\left(\dfrac{c}{\lambda(T_{68,Au})}\right) - 1}{\exp\left(\dfrac{c}{\lambda(T_{68})}\right) - 1}, \qquad (3.1.6)$$

где c = 0,014388 м · К.

Область температур ниже 13,81 К (тройной точки водорода) в МПТШ – 68 не определена. Тем не менее эти температуры воспроизводятся и измеряются. Использование различных физических эффектов позволяет измерять температуру в области от 1 К. Для этой области существуют отдельные – национальные эталоны.

Необходимо еще отметить, что даже определяющие точки не могут быть воспроизведены с любой точностью. Достигнутая к настоящему времени точность воспроизведения МПТШ – 68 характеризуется следующей погрешностью:

Температура, К	1	10	100	273,15	800	1500	4000	10000
Относительная погрешность	$3 \cdot 10^{-3}$	10^{-3}	$5 \cdot 10^{-5}$	10^{-6}	10^{-5}	$2 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$6 \cdot 10^{-2}$

3.1.2.5 СИЛА ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТОКА

Сила тока измеряется в амперах (А). 1 А равен силе неизменяющегося тока, который при прохождении по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малой площади кругового поперечного сечения, расположенным в вакууме на расстоянии 1 м один от другого, вызвал на каждом участке проводника длиной в 1 м силу взаимодействия, равную $2 \cdot 10^{-7}$ Н.

3.1.2.6 СИЛА СВЕТА

Определение силы света относится к фотометрическому излучению, а не к энергетически определяемой плотности излучения (последняя не является независимой от прочих основных величин). Речь идет о чисто физиологической, не зависимой от других, величине.

Кандела (кд) – сила света, испускаемого с площади 1/600000 $м^2$ сечения полного излучателя (абсолютно черного тела) в перпендикулярном к ее поверхности направлении при температуре излучателя, равной температуре затвердевания платины при давлении 101325 Па.

3.1.2.7 КОЛИЧЕСТВО ВЕЩЕСТВА

1 моль – количество вещества определенного состава, содержащее столько же структурных элементов (частиц), сколько атомов содержится в углероде ^{12}C массой 0,012 кг. При применении моля частицы должны быть специфицированы: атомы, молекулы, ионы, электроны и т.п.

3.1.3 Идеализированная блок-схема (общие понятия)

Упомянутые в разделе 3.1.1 характерные черты процесса измерения можно представить независимо от конкретной приборной реализации в виде идеализированной блок-схемы (рис. 3.1.1) [2].

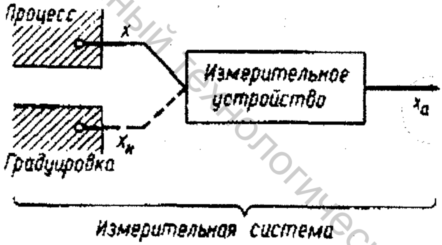


Рис. 3.1.1. Идеализированная блок-схема измерительной системы:
x – измеряемая величина; x_N – мера (нормальная величина);
x_a – показание

Эта блок-схема поясняет прежде всего аспект восприятия и отображения информации о физической величине. Присущий измерению процесс нормирования представлен вводимой в измерительное устройство информацией о мере (эталоне) физической величины.

Идеализация этой блок-схемы состоит в допущении, что на процесс измерения влияют только измеряемая величина и мера. Влияние помех какого-либо вида при данном рассмотрении не учитывается.

Блок-схема, изображенная на рис. 3.1.1, отражает структуру цепи воздействий. Информация об измеряемой величине, характеризующей процесс, преобразуется измерительным устройством в показания.

Ниже приведены определения основных понятий в соответствии с нормалями DIN.

Измеряемая величина – физическая величина, определяемая в процессе измерения (например, длина, давление, электрическое сопротивление и т.д.).

Показание в аналоговых приборах – считываемое со шкалы положение указателя. Показание может быть представлено в виде численного значения, в зависимости от оцифровки шкалы в единицах измеряемой величины, в делениях шкалы, в единицах длины или в цифровых мерах.

Диапазон показаний измерительного устройства – область значений измеряемой величины, в которой они могут быть отсчитаны на показывающем измерительном приборе (диапазон шкалы).

Диапазон измерений – часть диапазона показаний, в пределах которой погрешность находится в предписанных пределах.

Диапазон подавления – область значений измеряемой величины, выше которой начинается показание измерительного устройства.

Измеренное значение – значение физической величины, определяемое по показанию: оно выражается в виде произведения числового значения и единицы измерения величины (например, 3 м; 6,5 Ом).

Результат измерения в общем случае получают из многих измеренных значений по известным соотношениям. В простейшем случае результатом измерения является отдельное измеренное значение.

Измерительное устройство – совокупность средств, используемых при измерении. Оно включает чувствительный элемент, воспринимающий измеряемую величину, вычислительное устройство, усилитель и устройство представления результата измерения.

Измерительная система включает как измерительное устройство, так и области процесса, оказывающие влияние на процесс измерения.

Измерительный прибор – конструктивно законченный узел, содержащий измерительное устройство, которое составляет весь прибор или только его часть.

Принцип измерения – физическое явление, положенное в основу измерения. Например, при измерении температуры принципом измерения может быть изменение длины, термоэлектрический эффект и т.д.

Метод измерения – способ действия измерительного устройства (например, прямой и косвенный, аналоговый и цифровой).

Чувствительность – величина перемещения указателя по шкале (мм), отнесенная к единице измеряемой величины. В приборах со световым отсчетом чувствительность относится к длине светового луча 1 м. Чувствительность приборов с цифровой индикацией равна числу цифровых шагов, отнесенных к единице измеряемой величины. В нелинейных показывающих приборах чувствительность является функцией измеряемого значения.

3.1.4 Методы измерения

Методы измерения, понимаемые как способы действий, можно классифицировать и расценивать с самых разных точек зрения. Ниже обсуждаются наиболее важные их отличительные признаки [2, 4].

3.1.4.1 ПРЯМЫЕ И КОСВЕННЫЕ МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ

Метод прямого измерения характеризуется тем, что искомое измеряемое значение физической величины находят непосредственно сравнением с образцовой мерой этой величины.

Например: измерение веса сравнением с весом тарированных гирь (мерой веса); измерение вязкости жидкости сравнением с вязкостью эталонной жидкости (мерой вязкости).

- К прямым методам в широком смысле относятся все измерительные устройства с непосредственным отсчетом. Так как измеренное значение, считываемое по шкале, является результатом измерения, шкала измерительного устройства должна быть проградуирована по образцовой мере. Несмотря на то, что при этом реализация меры, заложенная в измерительном устройстве, не соответствует измеряемой величине, тем не менее, вследствие проведенной градуировки осуществляется сравнение ее с мерой. Показание термометра «сравнивает» измеряемую температуру с температурой, указанной при градуировке. При измерении напряжения прибором с поворотной рамкой внутри прибора производится сравнение моментов; мера представлена моментом спиральной пружины, а сравнение с образцовой мерой напряжения реализовано при градуировке.
- Косвенный метод измерения характеризуется тем, что искомое измеряемое значение зависит от других физических величин и определяется на основе использования этой зависимости.

Так, эталоны производных величин получают из основных эталонов посредством косвенных измерений. Например, при измерении давления грузопоршневым манометром его определяют расчетным путем, исходя из площади поршня, массы и гравитационной постоянной.

При косвенном методе измерения следует различать измеренное значение и результат измерения.

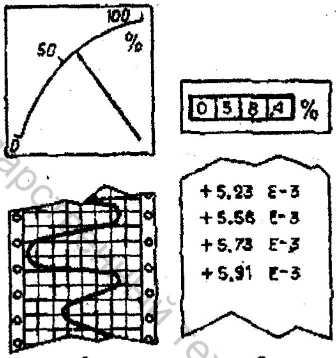
3.1.4.2 АНАЛОГОВЫЕ И ЦИФРОВЫЕ МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ

В соответствии с изложенным в разделе 3.1.1 измеряемое значение представляет собой произведение числового значения на размер соответствующей единицы. В процессе измерения информация об этом числовом значении (измерительная информация) передается с помощью сигналов. При аналоговом способе измерения устанавливается прямая связь между значением измеряемой величины и значением физической величины сигнала. Так, например, в ртутном термометре высота столбика соответствует определенной температуре. Таким образом, используется не само числовое значение, а аналоговая величина.

В противоположность этому цифровой метод измерения характеризуется тем, что результат измерения, точное числовое значение (размер) вырабатывается в измерительном устройстве или, по меньшей мере, выводится из него. При этом обработка сигнала производится числовым методом, как в цифровых вычислительных машинах.

Эти принципиально различные методы имеют свои преимущества и недостатки в обработке сигналов и в выводе данных.

На рис. 3.1.2 показаны примеры аналогового и цифрового представления измеряемого значения.



а *б*

Рис. 3.1. 2. Примеры аналогового (*а*) и цифрового (*б*) представления измеряемого значения

В отношении точности отсчета разница состоит в том, что при цифровом показании отсчет производится практически без ошибки. При отсчете аналогового показания преобразование его в число производится оператором, причем точность отсчета заранее не определена и зависит от способности оператора к интерполяции. Поэтому отсчет аналоговых показаний принципиально содержит погрешности.

Преимущество аналогового вывода измеряемого значения состоит в большей наглядности. Наблюдение за стрелочным прибором на щите управления существенно проще, чем за цифровыми показаниями. Кроме того, аналоговый регистратор передает существенно больше информации, чем ряд чисел цифропечатающего устройства. Этот факт подтверждается тем, что для интерпретации ряда чисел часто прибегают к графическому изображению, что эквивалентно преобразованию цифровой информации в аналоговую.

Цифровая обработка измеряемого значения основана на оперировании с числами. Таким способом в общем случае можно получить существенно более высокую точность, чем на аналоговой технике. Однако при цифровом методе обработка чисел происходит последовательно, причем продолжительность цикла обработки быстро возрастает с ростом точности. Аналоговая обработка, наоборот, осуществляется непрерывно, одновременно, что существенно улучшает динамические свойства измерительной системы. Это особенно важно при измерении физических величин, изменяющихся во времени.

Аналоговые методы представления измеряемых величин по сравнению с цифровыми являются менее точными. Однако эти методы, основанные на непрерывных физических процессах, делают доступными для измерительной техники исключительно большое разнообразие физических эффектов; к тому же обычно их очень просто реализовать. Часто аналоговые методы представляют единственную возможность воспринять измеряемое значение.

Цифровые методы имеют специфическое преимущество при передаче измеряемого значения. Как уже упоминалось, по сравнению с аналоговым способом представления результата измерения точность цифрового показания точно определена. При передаче измерительной информации на расстояние эту точность значительно легче сохранить, чем точность сигнала, представленного в аналоговой форме. Качество передачи аналогового электрического сигнала в значительной мере зависит от дрейфа и шума электронных элементов и от индуктивных помех, наводимых в линиях передачи. В противоположность этому подсчет импульсов или различение двух состояний сигнала «включено - выключено» оказывается возможным при сравнительно более высоком уровне шумов. Из области телефонии известна проблема разборчивости разговора при наличии шумовых помех. В то же время знаки азбуки Морзе остаются понятными при очень сильных помехах. Однако скорость последовательного способа передачи информации (например, с помощью азбуки Морзе) меньше, чем аналогового (одновременного).

3.1.4.3 НЕПРЕРЫВНЫЕ И ДИСКРЕТНЫЕ МЕТОДЫ

При непрерывном методе измерения все элементы измерительного устройства работают непрерывно во времени. Дискретная система содержит, по крайней мере, один элемент, работающий прерывисто. Очевидно, что при дискретном методе измерительная информация теряется. Вопрос о том, как можно оценить эту потерю информации, будет рассмотрен в разделах 3.4.1 и 3.4.2.7.

Если по графическому изображению какой-либо функции времени построить таблицу значений абсцисс и ординат, то промежуточные значения функции будут утеряны. Этот пример наглядно показывает, что аналого-цифровое преобразование всегда приводит к дискретной системе и принципиально связано с потерей информации.

Однако дискретный метод часто используется и без аналого-цифрового преобразования. Примером этого может служить так называемое печатающее устройство с точечной записью. Несмотря на непрерывность измерительного механизма, из-за цикличности процесса печатания он выдает дискретные во времени значения измеряемой величины. При использовании подобного устройства для многоточечного измерения с переключением каналов необходимо проверить соответствие динамики измерительного механизма динамическим свойствам измерительного сигнала (см. разделы 3.4.2 и 3.4.5).

3.1.4.4 МЕТОД ОТКЛОНЕНИЯ И КОМПЕНСАЦИОННЫЙ МЕТОД

Метод отклонения (прямого преобразования) характеризуется тем, что сравнение измеряемой величины с мерой приводит к отклонению механизма сравнения, используемому для индикации значения измеренной величины (рис. 3.1.3).

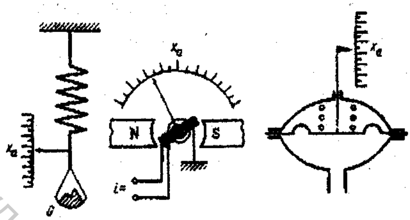


Рис. 3.1. 3. Примеры метода измерения по отклонению

Однако при реализации этого метода возникают некоторые трудности. Первая касается качества вычислительных операций, в частности сравнения измеряемой величины с мерой. Очень часто мерой является сила калиброванной пружины. Трудность состоит в обеспечении точности и линейности ее характеристики при больших отклонениях. Кроме того, при возрастании отклонения увеличивается также сила, действующая в механизме сравнения. Размер элементов механизма, например опор, выбирается для условий максимального отклонения; при этом ухудшается чувствительность механизма. Это приводит к погрешностям (особенно вблизи нижнего предела измерения) и к нежелательной нелинейности.

Вторая трудность касается возможного обратного воздействия процесса измерения на процесс и соответственно на измеряемую величину. Энергия или мощность, необходимая для измерения по методу отклонения, очень часто отбирается от процесса, что приводит к искажению измеряемой величины. Наиболее известным примером такого воздействия является измерение напряжения высокоомного источника с помощью вольтметра, действующего по методу отклонения. В случае применения метода отклонения прежде всего необходимо иметь в виду, что измерительная информация, представленная в форме шкалы, при работе может искажаться (при изменении характеристик пружины, при деформации частей прибора и т.п.). Примеры компенсационного (нулевого) метода приведены на рис. 3.1.5.

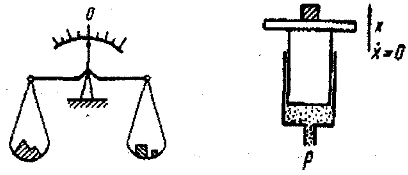


Рис. 3.1. 5. Примеры компенсационного метода измерения

Измеряемая величина компенсируется величиной, воспроизводимой мерой. Разность этих величин поддерживается малой независимо от размера измеряемой величины. Поэтому нуль – прибор может быть рассчитан для работы только в области нуля. Благодаря этому достигается его чувствительность и устраняется нелинейность при больших отклонениях измеряемой величины. В уравновешенном состоянии нуль – прибор не нагружен, благодаря чему исключается обратное воздействие на процесс.

При нулевом методе воспроизводимая мера используется для компенсации измеряемой величины во всем диапазоне изменений, а также для показания значения. Поэтому для осуществления этого метода необходима изменяющаяся мера высокого качества.

Близким к методу компенсации является метод замещения, применяемый главным образом при использовании весов. В этом случае величина, подлежащая измерению, дополняется изменяющейся мерой до значения, компенсирующего значения постоянной меры. Здесь действуют все преимущества компенсационного метода. Кроме того, благодаря постоянству нагрузки узлов нуль – прибора (например, коромысел весов и опор) систематическая ошибка не зависит от измеряемой величины.

В отличие от метода измерения по отклонению (см. рис. 3.1.4) в последних двух методах возникает замкнутая цепь воздействий (контур регулирования). Вследствие этого устойчивость отдельных компонентов уже не обеспечивает общей устойчивости. Процесс балансирования требует определенного времени и не может быть ускорен без снижения запаса устойчивости.

3.2 Погрешности измерений и причины погрешностей

3.2.1 Представительность измеряемой величины

В разделе 3.1.1 были указаны две основные предпосылки процесса измерения, согласно которым и измеряемая величина, и мера должны быть предварительно определены. Для общего применения измерительной техники с целью познания процесса или состояния необходимо выполнение еще одного условия – измерение должно быть представительным. Это обеспечивается в том случае, если из измеренного значения при помощи количественной, закономерной зависимости (так называемого заданного закона) можно сделать заключение об измеряемом качестве объекта измерения (величина результата). Если это условие не выполняется, т.е. используемый заданный закон некорректен или не выполнены условия для применения корректного заданного закона, то возникает так называемая погрешность представительности.

На практике ошибки представительности возникают часто, потому что из-за недостаточного знания процессов масштабирования в объекте измерения отсутствует подходящий заданный закон и вместо этого приходится работать с более или менее грубым приблизительным законом. Заурядной иллюстрацией этого является измерение температуры помещения, которая должна быть мерой температурного поля помещения. Из-за отсутствия физически или физиологически обоснованного заданного закона чаще всего измеренная в произвольно выбранной точке местная температура объявляется температурой помещения. Подобная ситуация имеет место почти всегда при измерении, когда с помощью малого числа датчиков (часто с одним датчиком) необходимо измерить среднее значение поля величин (температуры, концентрации, силового поля и т.п.). Характерно, что при этом большое значение получает выбор места измерения.

Ошибки представительности часто возникают из-за того, что заданный закон, вполне подходящий при нормальных условиях, применяется и тогда, когда ненормальные условия измерения, в сущности, этого уже не позволяют. Типичным примером этого является ошибочное измерение эффективного значения переменного тока и переменного напряжения с помощью выпрямительного прибора при несинусоидальном изменении измеряемой величины. Другим ходовым примером этого является измерение расхода с помощью сопел или диафрагм за пределами так называемой допустимой области дросселирующего органа. В этой связи следует также упомянуть ошибки представительности, которые могут возникать при измерениях с отбором пробы. В этих случаях предпосылкой применения соответствующего заданного закона является выполнение при отборе пробы известных статистических условий.

Характерно, что ошибки представительности могут появиться при использовании высококачественных измерительных приборов и что на практике эти ошибки чаще всего могут быть выявлены с трудом и только с помощью больших затрат. Это особенно неприятно из-за того, что ошибки представительности нередко имеют значительную величину и могут многократно превышать остальные погрешности.

3.2.2 Обобщенная блок-схема измерительной системы с учетом погрешностей

Принципиально каждое измерение осуществляется с погрешностью [2, 5, 6]. Не останавливаясь на природе встречающихся погрешностей, необходимо в первую очередь классифицировать их по источникам возникновения и по специфическому воздействию на измерительную систему. Для наглядного представления можно снова, как и в разделе 3.1.3, воспользоваться обобщенной блок-схемой.

На рис. 3.2.1 показана блок-схема измерительной системы с погрешностью. Исходя из этой блок-схемы, в дальнейшем будут пояснены отдельные понятия. Здесь следует указать на то, что в соответствии с приведенной ниже классификацией автоматические системы коррекции ошибок предлагают различные способы и возможности.

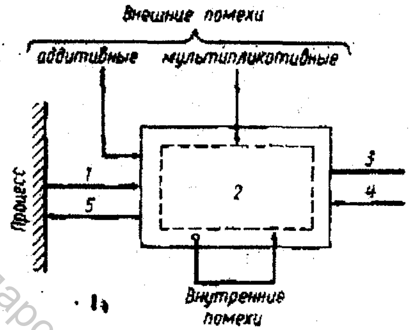


Рис. 3.2.1. Блок-схема измерительной системы с погрешностью:
1 – измеряемая величина; *2* – передаточная характеристика; *3* – вывод результата;
4 – обратное воздействие приемочного устройства; *5* – обратное воздействие

3.2.2.1 ПОГРЕШНОСТЬ. ПОПРАВКИ

В соответствии со стандартом DIN 1319 под погрешностью E понимают разность показываемого значения x_a и истинного или действительного x:

$$E = x_a - x. \qquad (3.2.1)$$

Истинное значение – это измеряемое значение, показанное идеальным измерительным прибором, свободным от *погрешности*. Практически это значение заменяется действительным значением, определяемым с помощью образцовой меры или образцового прибора, имеющего более высокую точность измерения (см. рис. 3.3.1).

Под *коррекцией* B, которую также называют поправкой, понимают величину, численно равную погрешности, но имеющую противоположный знак:

$$B = x - x_a. \qquad (3.2.2)$$

Действительное значение равно сумме измеренного значения и поправки.

Определенная таким образом погрешность (поправка) является результатом действий всевозможных помех, которые будут рассмотрены ниже [2, 5, 6].

3.2.2.2 ОБРАТНОЕ ВОЗДЕЙСТВИЕ ПРОЦЕССА ИЗМЕРЕНИЯ НА ИЗМЕРЯЕМУЮ ВЕЛИЧИНУ

Первым фактором, определяющим погрешность измерения, является обратное воздействие измерительного устройства на процесс. Чувствительный элемент, предназначенный для восприятия измеряемого значения, оказывает большее или меньшее влияние на процесс, на измеряемую величину.

При измерении температуры жидкости, находящейся в адиабатически изолированном сосуде, с помощью термометра после введения последнего устанавливается новое температурное равновесие между жидкостью и термометром. При этом термометр покажет температуру, искаженную обратным воздействием.

Измерение напряжения неидеального источника прибором с поворотной рамкой характеризуется тем, что необходимый для измерения электрический ток создает падение напряжения на внутреннем сопротивлении источника и приводит к погрешности измерения.

Обратное воздействие чувствительного элемента на процесс особенно сильно проявляется при зондовых измерениях параметров потока, так как введение зонда существенно нарушает форму поля измеряемой величины.

3.2.2.3 АДДИТИВНЫЕ ВНЕШНИЕ ПОМЕХИ

Рис. 3.2.1 показывает, что на измерительное устройство наряду с измеряемой величины воздействуют также и другие величины. Эти нежелательные влияющие величины – помехи – являются источниками погрешности. Очень часто встречаются аддитивные (налагающиеся) внешние помехи. Они характеризуются тем, что их действие накладывается на измерительный сигнал и соответственно на показание. При этом погрешность не зависит от значения измеряемой физической величины.

Примерами аддитивных помех могут служить наложения на измерительный сигнал напряжения, наведенного переменным магнитным полем. Другими примерами являются температурная зависимость электролитической проводимости при измерении концентраций и смещение нуля прибора.

Как будет показано в разделе 3.3.5, имеются специфические возможности коррекции аддитивных погрешностей.

3.2.2.4 МУЛЬТИПЛИКАТИВНЫЕ ВНЕШНИЕ ПОМЕХИ

На рис. 3.2.1 внутри измерительного устройства выделен участок, символизирующий передаточную характеристику измерительного устройства. Под передаточной характеристикой мы понимаем совершенно общую зависимость между входной и выходной величинами измерительного устройства независимо от того, изменяется ли во времени определяемая величина или остается постоянной.

Мультипликативной или деформирующей называется помеха (например, статическое давление, температура окружающей среды, поле тяготения или подобные величины), если она влияет на передаточную характеристику или изменяет ее.

При мультипликативных помехах результирующая погрешность зависит от измеряемой величины. В зависимости от характера влияния помехи на передаточную характеристику погрешность может зависеть как от измеряемого значения, так и от скорости изменения его во времени.

В качестве примера мультипликативной внешней помехи можно назвать односторонний нагрев рычажных весов солнечными лучами. В результате теплового удлинения одного плеча рычага соотношение плеч рычагов изменяется. При этом величина погрешности измерения зависит от веса, подлежащего определению.

Если температура движущейся жидкости определяется термометром, то скорость потока является мультипликативной внешней помехой. Она оказывает влияние на теплообмен между жидкостью и чувствительным элементом температуры и вместе с другими факторами определяет инерционность измерительного прибора. В стационарном состоянии ошибки измерения не возникает. При изменяющихся температурах из-за инерционности чувствительного элемента может возникнуть ошибка в индикации температурного процесса, зависящая от скорости изменения температуры.

3.2.2.5 ВНУТРЕННИЕ ПОМЕХИ

Внутренними называют помехи, которые независимо от внешних явлений возникают из-за внутриприборных эффектов. Сюда можно причислить, например, люфт при механическом преобразовании, трение опор и т.д. Эти и подобные эффекты приводят, как правило, к нелинейностям и, как следствие, к погрешностям измерения.

3.2.3 Погрешности, связанные с процессом измерения

3.2.3.1 ВЛИЯНИЕ УСЛОВИЙ ПРИМЕНЕНИЯ ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО УСТРОЙСТВА

Из классификации погрешностей (см. раздел 3.2.2) вытекает влияние условий применения измерительного устройства на погрешность измерения. Существенное влияние эти факторы оказывают на величину обратного воздействия измерительного устройства на процесс. Очень часто требуется соблюдение специальных предписаний по установке чувствительных элементов. Классическим примером являются предписания по измерению скорости и давления в потоках жидкости. Указание максимально допустимого сопротивления источника при измерении напряжения является примером предписания, которое ограничивает потребляемую из процесса мощность и связанное с этим обратное воздействие. Ограничения устанавливают, исходя из допустимой погрешности.

Погрешности, вызванные аддитивными и мультипликативными внешними помехами, в равной мере определяются условиями применения измерительного устройства. При мультипликативных внешних помехах результирующая погрешность определяется не только такими влияющими величинами, как температура, давление, влажность, электромагнитные поля и т.д., но и самой измеряемой величиной (см. 3.2.2.4).

Принципиально для учета и оценки погрешности, связанной с условиями применения измерительного устройства, следовало бы учитывать чрезвычайно большое число влияющих величин. Однако среди этих величин в общем случае имеются такие, которые оказывают наибольшее влияние на результат измерения. В инструкциях по установке и поверке приборов этим величинам предписаны определенные границы. Большинство влияющих величин часто не учитывают. В идеальном случае многочисленные малые неучтенные воздействия при своих случайных комбинациях взаимно компенсируются. Предполагается, что имеет место статистическое усреднение влияний. В действительности результирующая погрешность от неучтенных величин не равна нулю, а колеблется случайным образом около нуля. Эта результирующая случайная погрешность определяет степень воспроизводимости измерения [2, 5, 6].

3.2.3.2 СИСТЕМАТИЧЕСКИЕ И СЛУЧАЙНЫЕ ПОГРЕШНОСТИ

Согласно изложенному в предыдущем разделе условия применения измерительного устройства считаются известными, если наряду с процессом известны и наиболее существенные влияющие величины. Однако, как уже указывалось, всегда остается большое число менее значительных факторов, оказывающих влияние на измерение. Погрешность, вызванная этими факторами, является случайной, так как она возникает в результате случайной комбинации множества отдельных воздействий. Поэтому заранее неизвестны ни ее абсолютная величина, ни знак. Очевидно, что эти случайные изменения погрешности могут возникать вследствие случайных (стохастических) изменений и одной влияющей величины. Однако в общем случае такие стохастические колебания представляют собой результат случайных комбинаций отдельных процессов. Так, сам отсчет аналогового показания всегда содержит случайную погрешность. Это стохастическое влияние отсчета является в свою очередь результатом многих неконтролируемых побочных воздействий.

Если измерение многократно повторять при известных и неизвестных условиях, то измеряемые значения будут колебаться около ожидаемого значения (математического ожидания), которое представляет собой среднее значение результатов бесконечно многих измерений. Воспроизводимость отдельного измерения характеризуется отклонением от математического ожидания, видом этого отклонения, его размером и его повторяемостью (частотой) (см. 3.3.2.1).

Точность, с которой может быть определено (с заданной вероятностью) указанное ожидаемое значение, можно оценить статистически. Эту точность результата измерения не следует смешивать с его правильностью.

Основные влияющие величины бывают известными, и их стремятся поддерживать постоянными; однако они могут отклоняться от тех значений, которые были приняты при градуировке измерительного устройства. Кроме того, воспроизведение образцовых мер никогда не бывает точным и, наконец, действительный закон преобразования в измерительном устройстве может отличаться от желаемого.

Эти погрешности нельзя исключить повторением измерения. В противоположность случайным погрешностям они являются систематическими и отличаются своей воспроизводимостью. Их абсолютная величина, а также знак остаются неизменными при заданных условиях.

В общем случае трудно априори провести различие между существенными и второстепенными воздействиями. Подлежащие учету наиболее существенные влияющие величины могут быть определены в результате обработки опытных данных.

Смысл такого анализа рассмотрим на примере. Одну и ту же гирю многократно взвешивали в течение дня. График (рис. 3.2.2, *а*) дает основание предположить, что «существенная» влияющая величина изменялась в течение серии опытов. Более точный анализ мог бы показать, что такой влияющей величиной, изменяющейся в течение дня, была температура. Повторение опытов в термостатированном помещении подтверждает это утверждение (рис. 3.2.2, *б*).

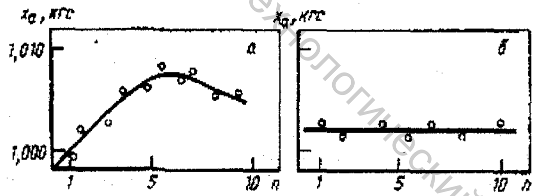


Рис. 3.2. 2. Результаты измерения веса одной и той же гири:
а – при изменяющейся температуре помещения;
б – в помещении со стабилизированной температурой

Для выявления определенной тенденции в изменении измеренных значений, искаженных случайными помехами, могут быть использованы статистические методы обработки, в особенности регрессионный анализ (см. 3.3.4.4).

Приведенный выше пример, однако, показывает и то, что вопрос о различии случайных и систематических погрешностей решается в зависимости от требуемой точности и способа применения измерительного устройства. Если бы ту же самую серию опытов проводили в течение не одного, а нескольких случайно выбранных дней, то температура оказалась бы случайной величиной.

Температурная зависимость не была бы выявлена, точность оказалась бы более низкой, так как разброс случайной погрешности увеличился бы.

3.2.3.3 СТАТИЧЕСКИЕ И ДИНАМИЧЕСКИЕ ПОГРЕШНОСТИ

В разделе 3.2.3.2 неидеальность передаточной характеристики измерительного устройства причислена к причинам возникновения систематической погрешности. Под передаточной характеристикой мы понимаем математическое выражение, описывающее взаимосвязь входной и выходной величин.

Передаточной характеристикой линейного измерительного прибора, используемого для определения неизменяющихся по времени величин, является константа. В приборах с нелинейной характеристикой зависимость между выходной и входной величинами описывается алгебраическим или трансцендентным уравнением. В этих случаях погрешности зависят только от размера измеряемого значения и не являются функциями времени.

Это *статические погрешности* измерения.

При измерении изменяющейся во времени физической величины связь между входной и выходной величинами описывается дифференциальным уравнением. Возникающие при этом погрешности зависят не только от размера измеряемой величины, но и от характера изменения ее во времени. Поэтому их называют *динамическими погрешностями.*

Так, неизменная во времени температура может быть измерена термометром «безошибочно», в то время как быстрые изменения температуры из-за его запаздывания отслеживаются неточно.

Как следует из обобщенной блок-схемы (см. рис. 3.2.1), в показание измерительного устройства преобразуется не только измеряемая величина, но также и внешние влияющие величины. При описании возникающих при этом погрешностей следует различать статические и динамические погрешности.

Строго говоря, статические погрешности можно рассматривать как частный случай динамических. Они полностью содержатся в математическом описании последних. Однако с точки зрения практического применения весьма часто встречающееся измерение постоянных или квазипостоянных величин целесообразно рассматривать раздельно, так как методы описания при этом особенно просты.

3.2.4 Погрешности, связанные с обработкой измеренных значений

3.2.4.1 ПОГРЕШНОСТИ ОТСЧЕТА И КВАНТОВАНИЯ

Очень часто отдельные измеренные значения подвергаются дальнейшей статистической обработке с целью уменьшения разброса либо определения функциональных или статистических зависимостей. Помимо погрешностей, связанных с самим процессом измерения, в этих случаях следует учитывать ряд дополнительных погрешностей.

Для численной обработки измеренных значений последние должны быть представлены в цифровой форме, в виде чисел. При этом возникает погрешность квантования. Однако отсчет аналогового показания тоже связан с дополнительной погрешностью, которая часто бывает не меньшей, чем ошибка квантования. Ошибка отсчета в большой степени определяется видом устройства вывода данных. Вследствие оптического обмана, обусловленного, например, разбивкой шкалы штрихами разной толщины, параллаксом или эффектом преломления света, могут возникнуть не только случайные, но и систематические погрешности. Ошибки отсчета и квантования могут привести к серьезным погрешностям результатов при числовой обработке измеренных значений (например, потеря точности, искажения при обращении матриц с неточными членами и т.п.).

3.2.4.2 ВРЕМЕННАЯ ДИСКРЕТИЗАЦИЯ

Числовая обработка аналогового измерительного сигнала связана с его дискретизацией во времени. Как и в случае применения печатающего устройства для точечной записи или аналого-цифрового преобразователя, измерительный сигнал описывается рядом импульсов, информация в промежутках между которыми теряется. Это следует учитывать при анализе сигналов и дальнейшей обработке, связанной с исследованиями динамических процессов. В соответствии с динамическим характером этих погрешностей оценка их возможна только на основе учета изменения сигнала во времени и характера его дальнейшей обработки (описание сигналов последовательностью импульсов).

3.2.4.3 ПОГРЕШНОСТЬ, ОБУСЛОВЛЕННАЯ НЕАДЕКВАТНОСТЬЮ ПРИНЯТОЙ ГИПОТЕЗЫ

В основе статистических методов обработки в общем случае лежат некоторые гипотезы, например предположение, что случайная погрешность подчиняется определенному, обычно нормальному закону распределения. Этот метод обработки более подробно будет рассмотрен в разделе 3.3.4. Здесь же на одном из примеров следует пояснить, что вследствие принятия ошибочной гипотезы, не проверенной с достаточной тщательностью, могут возникнуть значительные погрешности результата измерения.

На рис. 3.2.3 показаны измеренные значения, используемые для определения статической характеристики измерительного прибора. По оси абсцисс отложены значения образцовой меры веса, а по оси ординат – соответствующие показания измерительного прибора. Предположим, что связь между истинными значениями и показаниями прибора линейна. Следовательно, в идеальном случае измеренные значения должны лежать на прямой, а имеющие место отклонения рассматриваем как случайную погрешность измерения.

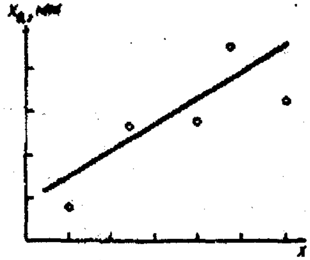


Рис. 3.2. 3. Пример градуировки по опытным данным:
x_a – показание; x – эталонный вес

Метод обработки состоит в расчете такой прямой, при которой сумма квадратов ошибки была бы минимальной. Этот метод основан на гипотезе нормального распределения погрешности измерения относительно истинного значения, лежащего на прямой, и независимости распределения от величины измеряемого значения. Такое допущение оправдано в тех случаях, когда случайная погрешность обусловлена аддитивными, а не мультипликативными помехами.

Такой метод может обусловить внесение двух дополнительных погрешностей, обусловленных этой гипотезой. Если действительная статическая характеристика отличается от прямой линии, то вводится систематическая погрешность. Затем, если рассеяние погрешности зависит от измеряемого значения (например, растет с увеличением веса), то рассчитанный угол наклона градуировочной прямой является по меньшей мере сомнительным. Для улучшения результатов следовало бы квадраты отклонений умножить на некоторые весовые коэффициенты с тем, чтобы в большей мере учесть малые отклонения.

3.2.4.4 ПОГРЕШНОСТИ РЕЗУЛЬТАТА ИЗМЕРЕНИЯ

При обработке измеренных значений, например, при расчете результата измерения по нескольким измеренным значениям, особое внимание следует уделять распространению погрешностей исходных данных на конечный результат.

Влияние различных измеренных значений на результат измерения может быть совершенно различным. Поэтому только на основании анализа специфики последующей обработки можно сформулировать разумные требования к правильности (систематическая погрешность) и достоверности (случайная погрешность) отдельных измеряемых значений (см. 3.3.3).

3.2.5 Характеристика погрешностей измерительных приборов

3.2.5.1 ПОРОГ РЕАГИРОВАНИЯ

Если входная величина измерительного устройства медленно и непрерывно увеличивается от нуля, то выходная величина измерительного устройства начинает изменяться только при определенном значении входной величины. Абсолютная величина этого значения называется порогом реагирования или нечувствительностью в нулевой точке. Чтобы исключить неопределенность, связанную с обнаружением факта начала изменения показаний, предусматривается определенное малое изменение показаний Δx_a (рис. 3.2.4).

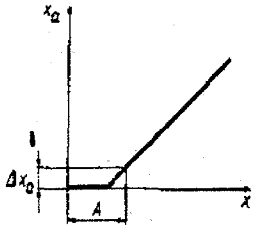


Рис. 3.2. 4. Статическая характеристика с нечувствительностью в нулевой точке: A – порог реагирования для Δx_a

Для счетных (интегрирующих) измерительных приборов установлен так называемый *порог реагирования* (*порог трогания*); т.е. нагрузка, при которой прибор начинает счет. Размер этой нагрузки определяют по измеряемой величине при интегрировании в течение некоторого времени (например, по расходу, электрическому заряду и т.д.).

3.2.5.2 ВАРИАЦИЯ ПОКАЗАНИЙ. ГИСТЕРЕЗИС. УПРУГОЕ ПОСЛЕДЕЙСТВИЕ

Вариацией называется разность показаний, получаемая при одном и том же значении измеряемой величины при медленном непрерывном или шаговом подходе к метке шкалы один раз – с меньшего, а другой раз – с большего значения. Причины вариации могут быть различными. При наличии люфта в механическом передающем элементе характеристика имеет вид, приведенный на рис. 3.2.5, *а*. Для люфта характерна постоянная, не зависящая от измеряемого значения вариация.

Аналогичная характеристика имеет место при сухом трении. Правда, в этом случае вариация может зависеть от измеряемого значения (рис. 3.2.5, *б*).

На рис. 3.2.5, *в* изображена характеристика, связанная чаще всего с *гистерезисными явлениями* в ферромагнитных материалах. При этом следует иметь в виду, что вариация зависит от предыстории, т.е. от значения в точке возврата. В этом случае вариация должна быть более точно специфицирована. Аналогичная характеристика может иметь место и при механическом гистерезисе. Например, внутреннее трение в материале пружины приводит к тому, что после снятия нагрузки деформация может не восстановиться в полной мере. При этом остающаяся разность зависит прежде всего от размера нагрузки (отклонения).

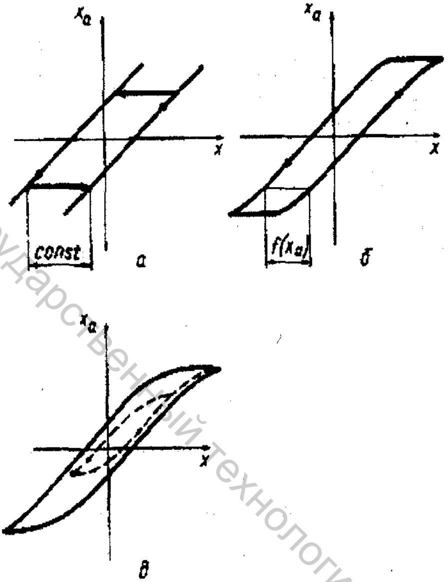


Рис. 3.2. 5. Примеры гистерезисных характеристик:
а – гистерезис постоянная величина: *б* – гистерезис $f(x_a)$; *в* – гистерезис зависит от предыстории

Следующее явление подобного вида – упругое последействие. Если какой-либо подвижный, упругий орган находится в течение длительного времени в отклоненном состоянии, то он больше не возвращается в свое исходное состояние покоя. Остающаяся разность зависит как от размера отклонения, так и от его длительности. Это упругое последействие исчезает с течением времени.

Понятия «вариация» и «гистерезис» в общем случае требуют более точного описания вызывающих их эффектов и условий их проявления.

3.2.5.3 РАЗРЕШАЮЩАЯ СПОСОБНОСТЬ

Понятие *разрешающая способность* употребляется в разных значениях. Если измеряемая величина начинает медленно и непрерывно увеличиваться от любого, отличного от нуля значения, то в общем случае, например, вследствие гистерезиса, изменение показания констатируется не сразу. При этом под разрешающей способностью понимают изменение входной величины, необходимое для начала изменения показаний (рис. 3.2.6, *а*). При отсутствии гистерезиса определенная таким образом разрешающая способность соответствует обратной величине чувствительности (см. раздел 3.1.3).

Если показания изменяются дискретно, как, например, у потенциометра с реохордом, то часто разрешающей способностью называют шаг дискретности показаний (рис. 3.2.6, *б*).

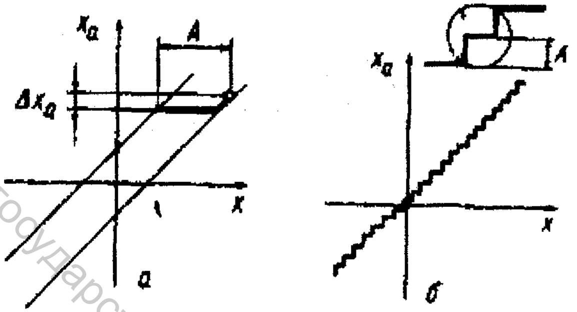


Рис. 3.2. 6. Примеры различных определений разрешающей способности *A*

Это определение совпадает с понятием «разрешающая способность», используемым для цифровых показывающих приборов. В этом случае ее определяют как значение младшего разряда цифрового отсчета.

3.2.5.4 СТАБИЛЬНОСТЬ НУЛЯ

Ранее мы уже познакомились со смещением нуля как одной из возможных аддитивных помех. Стабильность нуля, в частности электронных устройств, часто характеризуют отношением смещения нуля к значению помехи, его вызвавшей (например, мВ/К).

Временную нестабильность нулевой точки определяют значением максимального дрейфа нуля за определенное время (например, мВ/24 ч). При этом должны быть определены условия применения. Аналогичные изменения показаний могут быть и у чисто механических элементов.

3.2.5.5 НЕДОСТОВЕРНОСТЬ ИЗМЕРЕНИЯ. ПРЕДЕЛ ПОГРЕШНОСТИ

В разделе 3.2.3.2 было приведено различие между случайными и систематическими погрешностями. Если систематическую погрешность скорректировать, то останется случайная погрешность. Так как она не может быть предопределена ни по абсолютной величине, ни по знаку, результат измерения является в некоторой мере недостоверным. Однако при статистическом рассмотрении погрешности (см. раздел 3.3.2.1) можно указать, с какой вероятностью погрешность остается ниже определенного значения.

Недостоверность измерения – это размер погрешности, который не будет превышен с определенной степенью вероятности (см. 3.3.2.1). Иногда в недостоверность включают также и неучтенные систематические погрешности.

Указание погрешности для характеристики недостоверности измерения вовсе не означает, что на самом деле погрешность никогда не превзойдет указанное значение – это соответствует действительности лишь с определенной вероятностью, например, равной 99%. В отличие от этого предел допускаемой погрешности указывает размер погрешности, который никогда не может быть превышен измерительным прибором.

3.2.5.6 ЛИНЕЙНОСТЬ. ПОЛЕ ДОПУСКА

Если номинальная зависимость между измеряемой величиной и показаниями прибора принята линейной, то указание *погрешности нелинейности* служит для описания отклонения от номинальной характеристики. Чаще всего указывают максимальное отклонение от требуемой прямой, выраженное в процентах от диапазона показаний. Понятие линейности не нормируется, поэтому используют самые разнообразные ее определения. Ниже приведены два наиболее употребительных.

Первое основано на том, что прямую проводят через номинальные конечные значения шкалы. Тогда у измерительного прибора, не имеющего диапазона показаний ниже нуля, прямая проходит через нулевую и конечную точки шкалы. В этом случае линейность указывают в виде максимально допустимого отклонения, выраженного в процентах от диапазона показаний (рис. 3.2.7, *а*).

Однако очень часто прямую проводят так, чтобы сумма квадратов погрешностей была минимальна (рис. 3.2.7, *б*). Расчет этой прямой рассмотрен в разделе 3.3.4.4. В отличие от первого варианта «максимальное» отклонение в этом случае указано в значении недостоверности измерения (см. 3.2.5.5).

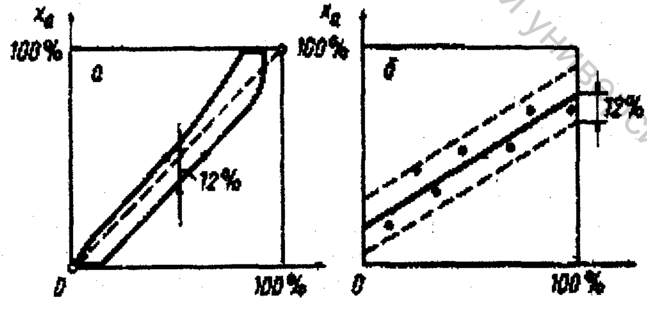


Рис. 3.2.7. Примеры различных определений линейности

Первое определение понятия линейности подходит, прежде всего, для характеристики измерительных приборов с преобладающими систематическими погрешностями (см. 3.2.3.2), в то время как второе следует использовать, скорее, для приборов с преобладающими случайными погрешностями. Следует заметить, что наряду с указанными определениями линейности применяют также множество других.

С понятием линейности тесно связано установление поля допуска. При этом опять необходимо указывать, в каком из двух значений (предельно допустимой погрешности или недостоверности измерения) следует его понимать.

Если исходить из указания аддитивной погрешности, не зависящей от измеряемого значения, то поле допуска получается таким, как показано на рис. 3.2.8, *а*.

Если же погрешность мультипликативна, т.е. зависит от измеряемого значения, поле допуска чаще всего указывают так, как показано на рис. 3.2.8, *б*.

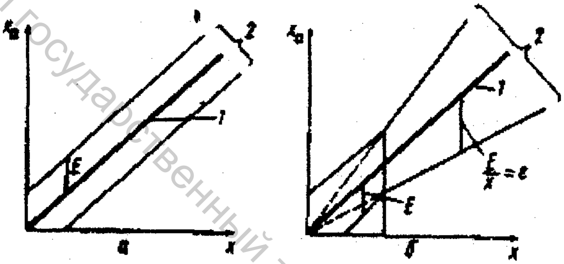


Рис. 3.2.8. Поле допуска:
а – при постоянной абсолютной погрешности во всем диапазоне показаний;
б – при постоянной относительной в верхнем и постоянной абсолютной погрешности в нижнем диапазоне показаний; *1* – номинальная характеристика; *2* – поле допуска

В верхней части диапазона измерения относительная погрешность $\varepsilon = E/x$ постоянна. В нижней части диапазона (при приближении к нулю) абсолютная погрешность должна была бы теоретически стремиться к нулю. Поэтому вблизи нуля мультипликативное поле допуска заменяется постоянной абсолютной погрешностью.

3.2.5.7 КЛАССЫ ТОЧНОСТИ

Так называемые *классы точности* определяют главным образом для электрических приборов. Например, класс точности 0,2 означает, что максимальная погрешность (в значении предела допускаемой погрешности) равна 0,2%. При этом под ошибкой понимают предел погрешности (см. 3.2.5.5).

3.3 Статические погрешности измерения

Статическими погрешностями измерения называют погрешности, возникающие при определении постоянного во времени измеряемого значения. При этом предполагается, что все переходные процессы в измерительном устройстве завершены; следовательно, измерительный прибор и измеряемая величина находятся в установившемся состоянии [2, 5, 6].

3.3.1 Виды погрешностей

Если при указанных выше условиях проводить многократные независимые измерения, то возникает ситуация, изображенная на рис. 3.3.1. При этом можно различать два принципиально отличающихся вида погрешностей, так называемые *систематические* и *случайные* погрешности.

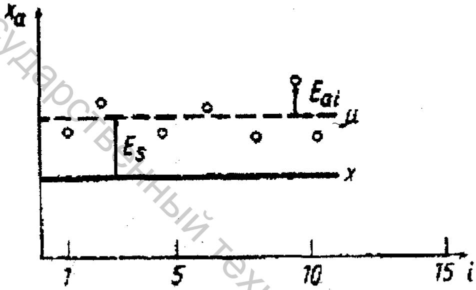


Рис. 3.3.1. Пример многократного измерения значения x:
E_s – систематическая погрешность; E_{ai} – случайная погрешность

В соответствии с рис. 3.3.1 систематическую погрешность E_s определяют как отклонение действительного измеряемого значения x от среднего значения (математического ожидания) μ:

$$E_s = \mu - x. \qquad (3.3.1)$$

Математическое ожидание μ является средним значением бесконечного числа измерений:

$$\mu = \lim_{n \to \infty} \sum_{i=1}^{n} x_{ai} / n.$$

При одинаковых условиях эта погрешность всегда имеет ту же самую абсолютную величину и тот же самый знак.

В противоположность этому ни абсолютная величина, ни знак отклонения отдельного измерения от математического ожидания не могут быть предсказаны заранее. Эта случайная погрешность обозначается через E_a. Она соответствует разности между показанием единичного измерения и математическим ожиданием:

$$E_{ai} = x_{ai} - \mu . \qquad (3.3.2)$$

Различию в природе обоих видов погрешности соответствуют разные способы их описания.

3.3.2 Описание погрешностей

3.3.2.1 СЛУЧАЙНАЯ ПОГРЕШНОСТЬ ОТДЕЛЬНОГО ИЗМЕРЕНИЯ

Колебания случайной погрешности, кажущиеся сначала совершенно беспорядочными, тем не менее подчиняются в статистическом смысле известным законам.

Если показания какого-либо измерительного прибора, являющиеся сами по себе непрерывными, разбить на интервалы определенной ширины Δx и вычислить относительную частоту попадания показаний в отдельные интервалы при повторных измерениях, то можно получить гистограмму, аналогичную изображенной на рис. 3.3.2.

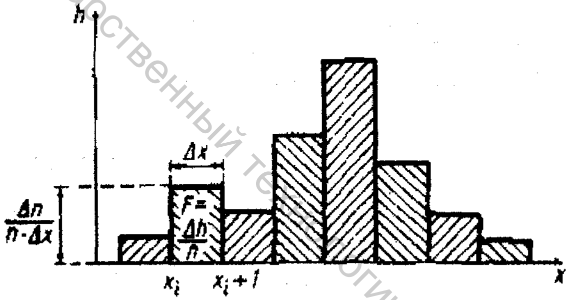


Рис. 3.3.2. Пример гистограммы:
n – общее число измерений; Δn – число показаний, попавших в интервал Δx;
$x_i < x < x_i + 1$; $h = \dfrac{\Delta n}{n \cdot \Delta x}$ - относительная частота в соответствующем интервале

При достаточно большом n это изображение является представительным, т.е. относительная частота стремится к некоторому пределу и перестает зависеть от n.

Если имеется достаточно большое число показаний, то можно улучшать гистограмму, уменьшая ширину интервалов Δx. Тогда при предельном переходе $\Delta x \to 0$ и $n \to \infty$ ступенчатая функция гистограммы переходит в общем случае в непрерывную функцию – плотность распределения (плотность вероятности, дифференциальную функцию распределения) $h(x)$ (рис. 3.3.3):

$$h(x) = \lim_{\substack{\Delta x \to 0 \\ n \to \infty}} \frac{\Delta n}{n \cdot \Delta x} = \lim_{n \to \infty} \frac{dn}{n \cdot dx}. \qquad (3.3.3)$$

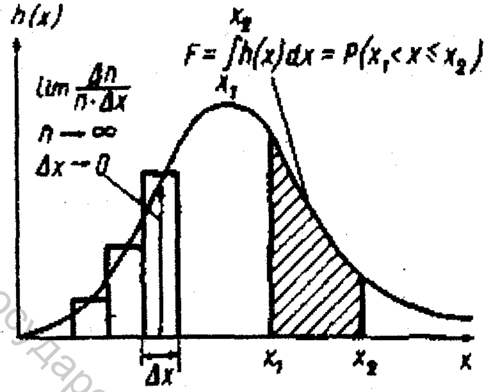


Рис. 3.3.3. Плотность распределения как предельный случай относительной частоты и связь ее с вероятностью

Основываясь на определении плотности распределения, можно установить ее прямую связь с функцией распределения. Вероятность того, что измеряемое значение x попадает в интервал $x_1 < x \le x_2$, определяется площадью F, лежащей под графиком плотности распределения вероятности в этом диапазоне (см. рис. 3.3.3):

$$P(x_1 \langle x \le x_2) = \int_{x_1}^{x_2} h(x)dx = \lim_{n \to \infty} \frac{\Delta n}{n} \Bigg|_{x_1}^{x_2}. \qquad (3.3.4)$$

В частном случае имеем

$$P(-\infty \langle x \le +\infty) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(x)dx = \lim_{n \to \infty} \frac{\Delta n}{n} \Bigg|_{x_1}^{x_2} = 1. \qquad (3.3.5)$$

Часто при обработке результатов измерения представляет интерес вероятность того, что измеренное значение окажется меньше заданного предела x_1:

$$P(x) = P(x \le x_1) = \int_{-\infty}^{x_1} h(x)dx. \qquad (3.3.6)$$

При $-\infty \langle x \le +\infty$ функция распределения изменяется от 0 до 1. В связи с тем, что функция распределения *P (x)* определяется как интеграл плотности *h(x)*, ее часто называют также интегральной функцией распределения.

Аналогичным образом определяется вероятность того, что измеренное значение окажется больше, чем x_1:

$$P(x > x_1) = \int_{x_1}^{+\infty} h(x)dx. \qquad (3.3.7)$$

Применяя такой же подход к относительной частоте $h(x)$ гистограммы, получим в результате интегрирования так называемую накопленную частоту $S(x)$:

$$S(x) = S(x \le x_1) = \int_{-\infty}^{x_1} h_x dx = \frac{\Delta n}{n}\bigg|_{-\infty}^{x_1}. \qquad (3.3.8)$$

Если число измеренных значений стремится к бесконечности, а ширина интервалов – к нулю, то накопленная частота переходит в функцию распределения:

$$P(x) = \int_{-\infty}^{x_1} h(x)dx = \lim_{\substack{n\to\infty \\ \Delta n\to 0-\infty}} \int^{x_1} h(x)dx = \lim_{\substack{n\to\infty \\ \Delta x\to 0}} S(x). \qquad (3.3.9)$$

Накопленную частоту в определенной точке можно получить простой рассортировкой измеренных значений, и поэтому обычно ее легче определять, чем относительную частоту.

Среди множества возможных функций распределения особое место для измерительной техники занимает *нормальное распределение* (распределение Гаусса).

Плотность вероятности нормального распределения определяется следующим уравнением:

$$h(x) = \frac{1}{\sqrt[\sigma]{2\pi}} \cdot e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2}; \; -\infty < x < +\infty. \qquad (3.3.10)$$

Функцию распределения $P(x)$, определяемую посредством интегрирования $h(x)$, нельзя выразить в элементарных функциях. Поэтому для нее построены графики и составлены таблицы. Она известна также как интеграл погрешности Гауса (рис. 3.3.5).

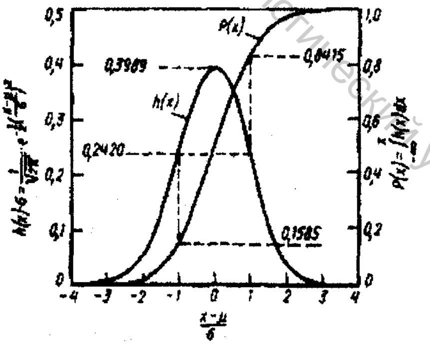


Рис. 3.3.5. График нормального распределения плотности вероятности $h(x)$ и функции вероятности $P(x)$, изображенные для нормированной переменной $(x - \mu)/\sigma$

Нормальное распределение характеризуется, кроме математического ожидания μ, еще только одним параметром σ – *среднеквадратичным (стандартным) отклонением*.

Как видно из рис. 3.3.5, для любого, сколь угодно большого отклонения ($\pm\infty$) от ожидаемого значения все еще существует определенная, правда, очень малая, вероятность. Это означает, что нормальное распределение следует рассматривать лишь как приближенную модель действительного распределения, так как размер показаний ограничен.

С другой стороны, распределение физической величины, подверженной влиянию многих случайных факторов, каждый из которых оказывает лишь незначительное действие по сравнению с суммарным действием всех остальных, приближается к нормальному распределению (центральная предельная теорема). Эта ситуация часто встречается при измерении. Поэтому нормальное распределение обычно представляет собой хорошее приближение к распределению случайной погрешности, по крайней мере, вблизи ее математического ожидания (проверка гипотезы нормальности распределения рассмотрена в разделе 3.3.4.1).

При известном среднеквадратичном отклонении σ можно вычислить вероятность того, что случайная погрешность E_{ai} – отклонение показания отдельного измерения от математического ожидания – будет меньше заданного граничного значения c (см. 3.3.1).

Эта вероятность

$$P\left(\left|x-\mu\right|\leq c\right)=2\int_{\mu}^{c}h(x)dx. \qquad (3.3.11)$$

называется *доверительной вероятностью (статистической надежностью)*. Ее легко определить, используя график, изображенный на рис. 3.3.6. При задании граничного значения погрешности надо иметь в виду, что может появиться и большая погрешность, правда, с малой вероятностью. На практике обычно применяют следующие значения доверительной вероятности: 68; 95; 99%.

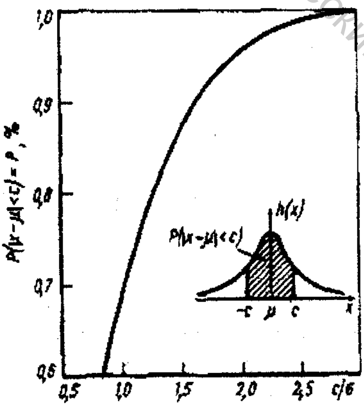


Рис. 3.3.6. Статистическая надежность $P(\left|x-\mu\right|\leq c)$ в функции от c/σ

При известном значении σ с помощью рис. 3.3.6 можно на основании единственного измерения указать верхнюю и нижнюю границы математического ожидания:

$$x_{ai} - c_p, \% \le \mu \le x_{ai} + c_p, \% \qquad (3.3.12)$$

или

$$x_{ai} - E_{aP}, \% \le \mu \le x_{ai} + E_{aP}, \%. \qquad (3.3.13)$$

Математическое ожидание с доверительной вероятностью P (%) лежит внутри этих границ. Интервал между этими границами называется *доверительным интервалом математического ожидания*.

Очень часто случайную погрешность, определяемую доверительной вероятностью, называют также недостоверностью измерения (см. 3.2.5.5). Следует подчеркнуть, что эта погрешность статистически описывает только отклонение от математического ожидания, а не правильность измеряемых значений.

Введенные в уравнение (3.3.10) параметры μ (математическое ожидание) и σ (среднеквадратичное отклонение) являются теоретическими, принадлежащими к так называемой генеральной совокупности. Их определение требует обработки бесконечно большого числа измерений. В каждом отдельном случае число измерений всегда конечно, поэтому практически можно определять не сами параметры μ и σ, а только их оценки.

Так как эти оценки определяются по случайным выборкам, то они сами также являются случайными величинами.

Математическое ожидание определяется следующим образом:

$$\mu = \lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \int_{-\infty}^{\infty} h(x)x\,dx. \qquad (3.3.14)$$

Эта величина соответствует первому моменту плотности распределения – абсциссе центра тяжести площади между кривой плотности распределения и осью абсцисс.

Площадь фигуры, очерченной кривой $\int_{-\infty}^{\infty} h(x)dx$, равна единице.

В качестве оценки для μ используется среднее значение $\bar{x}$:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i. \qquad (3.3.15)$$

Среднеквадратичное отклонение σ определяется из формулы

$$\sigma^2 = \lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu)^2 = \int_{-\infty}^{\infty} h(x)x^2 dx. \qquad (3.3.16)$$

Величина σ^2, называемая *дисперсией*, соответствует второму моменту («моменту инерции») плотности распределения вероятностей.

В качестве оценки среднеквадратичного отклонения σ используется рассеяние S, определяемое по формуле

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2. \qquad (3.3.17)$$

Следует обратить внимание, что здесь производят деление не на n, а на $n - 1$, так как необходимо вместо ожидаемого значения μ использовать среднее значение $\bar{x}$, и поэтому одна степень свободы теряется. Определенная из уравнения (3.3.17) оценка для σ является состоятельной. Это означает, что при $n \to \infty$ она переходит в σ. При большом объеме выборки замена n на $n - 1$ не имеет практического значения.

Используя рассеяние S в качестве среднеквадратичного отклонения σ, можно по рис. 1.3 – 6 определить для заданной статистической надежности границы изменения погрешностей, т.е. доверительный интервал измеряемой величины. Это возможно, если имеются большая выборка и соответственно хорошая оценка среднеквадратичного отклонения.

Следует отметить, что оценка S имеет большие пределы погрешности. На рис. 1.3 – 7 приведены данные для определения доверительного интервала $S_1^2 < S \leq S_2^2$ для оценки S при доверительной вероятности P и объеме выборки n.

3.3.2.2 СЛУЧАЙНАЯ ПОГРЕШНОСТЬ СРЕДНЕГО ЗНАЧЕНИЯ

Чтобы избежать недостоверности случайной погрешности единичного замера, можно усреднить несколько измерений. Полученное таким образом среднее значение представляет собой все же случайную величину, так как n измеренных значений представляют лишь выборку из генеральной совокупности. Это среднее значение в свою очередь имеет нормальное распределение и то же самое математическое ожидание μ, но среднеквадратичное отклонение у него меньше, чем при единичном измерении. Между среднеквадратичным отклонением среднего значения $\sigma_{\bar{x}}$ и среднеквадратичным отклонением единичного измерения имеется следующее соотношение:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{1}{\sqrt{n}}\sigma. \qquad (3.3.18)$$

Усреднение позволяет уменьшить доверительную границу погрешности при заданной доверительной вероятности пропорционально $1/\sqrt{n}$. Доверительная граница погрешности среднего значения определяется аналогично расчету доверительной границы погрешности единичного измерения по рис. 3.3.6, только вместо σ необходимо подставлять значение $\sigma_{\bar{x}}$.

Соотношение (3.3.18) устанавливает связь между теоретическими значениями $\sigma_{\bar{x}}$ и σ, в большинстве случаев не имеющимися в наличии. Ведь среднеквадратичное отклонение σ могло бы быть вычислено по очень большому, теоретически бесконечно большому числу измеренных значений. Если число измерений невелико, то для σ вычисляют оценку S по тем же самым n измеренным значениям, по которым определяется среднее значение $\bar{x}$. Но в этом случае $\sigma_{\bar{x}}$ и доверительная граница уже не могут быть определены из соотношения

(3.3.18) и по рис. 3.3.6. Определение этих величин основано на *t – распределении Стьюдента* и осуществляется следующим образом:

1. Выбирают доверительную вероятность P (например, 95, 99% и т.п.).

2. Определяют S:

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1}\left[\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2\right]},$$

где n – объем выборки; $n - 1 = n_f$ – число степеней свободы.

3. По рис. 3.3.8 определяют коэффициент Стьюдента c:

$c = f(P, \%, n_f)$.

4. Определяют доверительные границы погрешности среднего значения $\bar{x}$:

$$E_{a\bar{x}P,\%} = \pm \frac{c}{\sqrt{n}} \cdot S. \qquad (3.3.19)$$

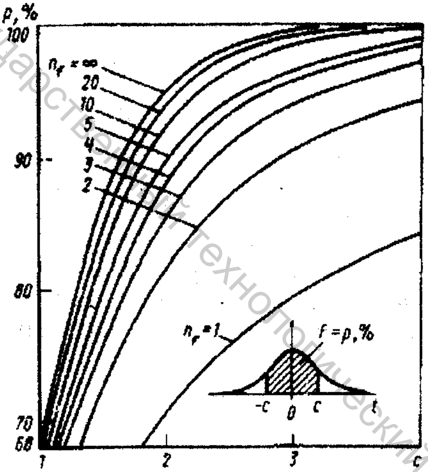


Рис. 3.3. 8. t – распределение Стьюдента: P – вероятность события $|t| \le c$; n_f – число степеней свободы

3.3.2.3 СИСТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОГРЕШНОСТЬ. ГРАДУИРОВКА

Систематическая погрешность E_s по определению равна:

$$E_s = \mu - x, \qquad (3.3.20)$$

где μ – математическое ожидание показания; x – истинное значение.

Как уже отмечалось в разделе 3.3.2.1, значение μ практически не может быть точно определено и поэтому заменяется оценкой $\bar{x}$ - средним значением измеренных значений, полученных при независимых повторных измерениях одной и той же величины

$$E_s \approx \bar{x} - x. \qquad (3.3.21)$$

В связи с тем, что систематическая погрешность является воспроизводимой, ее можно определить при поверке и учесть при проведении измерений.

На рис. 3.3.9 показана градуировочная кривая с систематической погрешностью, зависящей от размера измеряемого значения. Так как точно определено может быть только среднее значение, а не математическое ожидание μ, то градуировочная кривая имеет смысл лишь в том случае, если результирующая случайная погрешность определения среднего значения при градуировке существенно меньше, чем систематическая погрешность. Поэтому градуировка по одиночному измерению без априорного знания случайной погрешность или доверительного интервала лишена смысла.

Доверительный интервал среднего значения в данном случае необходимо проверить по методике, описанной в разделе 3.3.2.2.

Если используемые при градуировке меры или приборы сравнения имеют значительное рассеяние, то результирующая погрешность должна определяться на основе законов распространения погрешности (см. 3.3.3).

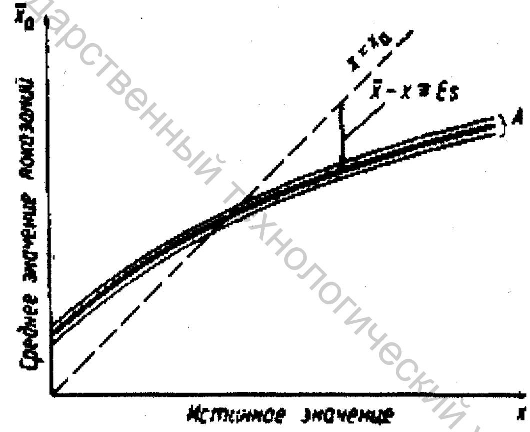


Рис. 3.3. 9. Систематическая погрешность показаний:
A – доверительный интервал математического ожидания

3.3.3 Распространение погрешностей

Если результат измерения определяется на основе математической обработки отдельных измеряемых значений, то погрешность вводится и в этот результат. Поэтому говорят о распространении погрешности. Различным структурам систематических и случайных погрешностей соответствуют разные законы распространения погрешностей.

3.3.3.1 СИСТЕМАТИЧЕСКИЕ ПОГРЕШНОСТИ

Результат измерения y определяется по m различным измеренным значениям x_i. В статике эта связь в общем виде описывается уравнением

$$y = f(x, \ldots, x_i, \ldots x_m). \qquad (3.3.22)$$

При малых отклонениях отдельных измеренных значений результирующее отклонение можно рассчитать, используя первые члены ряда Тейлора:

$$\Delta y \cong \frac{\partial f}{\partial x_1}\Delta x_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2}\Delta x_2 + \ldots + \frac{\partial f}{\partial x_m}\Delta x_m . \qquad (3.3.23)$$

Если под малыми отклонениями Δx_i понимать систематическую погрешность E_{sxi}, т.е. отклонение от действительного значения, то систематическая погрешность результата измерения определяется по следующей формуле

$$E_{sy} = \frac{\partial f}{\partial x_1}E_{sx_1} + \frac{\partial f}{\partial x_2}E_{sx_2} + \ldots + \frac{\partial f}{\partial x_m}E_{sx_m} . \qquad (3.3.24)$$

Следует отметить, что систематическая погрешность может иметь знак плюс или минус, вследствие чего возникает возможность ее компенсации.

Особое значение для требований, предъявляемых к систематическим погрешностям, имеют частные производные $\partial f/\partial x_i$. Эти *коэффициенты воздействия*, или весовые коэффициенты, показывают, с каким весом отдельные систематические погрешности участвуют в образовании систематической погрешности результата измерения.

3.3.3.2 СЛУЧАЙНЫЕ ПОГРЕШНОСТИ

Случайная погрешность, рассматриваемая как единичное явление, по своей природе не может быть предсказана заранее. Однако можно высказать суждение о ее статистических свойствах. При нормальном распределении погрешности среднеквадратичное отклонение σ является мерой, характеризующей плотности распределения погрешности. Поэтому вопрос о распространении погрешности сводится к способу распространения статистической характеристики σ или доверительных границ. Требуется определить среднеквадратичное отклонение σ_y результата измерения $y = f(x_i, \ldots, x_m)$ при известных среднеквадратичных отклонениях σ_{xi} влияющих величин x_i.

Если отдельные влияющие величины взаимно независимы и для среднеквадратичных отклонений справедливо неравенство $\sigma_i \ll x_i$, то σ_y можно вычислить по следующей формуле

$$\sigma_y = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\sigma x_1\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\sigma x_2\right)^2 + \ldots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_m}\sigma x_m\right)^2} . \qquad (3.3.25)$$

Если вместо среднеквадратичных отклонений σ_{xi} представить их оценки – рассеяния S_{xi}, то получим соотношение (правда, не строгое) для определения рассеяния S_y результата измерения:

$$S_y = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1} S_{x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} S_{x_2}\right)^2 + \ldots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_m} S_{x_m}\right)^2}. \qquad (3.3.26)$$

Используя S_y в качестве оценки σ_y, можно по рис. 3.3.6 определить доверительные границы погрешности при выбранной доверительной вероятности.

Для увеличения точности расчета результата измерения можно использовать средние значения влияющих величин:

$$\bar{y} = f\left(\bar{x}_1, \ldots, \bar{x}_m\right) \qquad (3.3.27)$$

Если для усреднения каждой из m влияющих величин использованы по n значений, то среднеквадратичное отклонение или рассеяние уменьшается согласно (3.3.18):

$$\sigma_{\bar{y}} = \frac{1}{\sqrt{n}} \sigma_y \text{ или } S_{\bar{y}} = \frac{1}{\sqrt{n}} S_y. \qquad (3.3.28)$$

Если рассеяние S_{xi} влияющих величин заранее неизвестно, то можно определить его одновременно с усреднением x_i, используя те же n значений. В этом случае приведенные выше соотношения и рис. 3.3.6 не могут быть использованы. Доверительные границы погрешности среднего значения результата измерения определяют по формуле

$$E_{a\bar{y}p}, \% = \pm \frac{c}{\sqrt{n}} \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1} S_{x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} S_{x_2}\right)^2 + \ldots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_m} S_{x_m}\right)^2}. \qquad (3.3.29)$$

Величину c определяют по рис. 3.3.8 для выбранной доверительной вероятности P (%) и при числе степеней свободы $n_f = n - 1$.

3.3.3.3 ПРЕДЕЛ ПОГРЕШНОСТИ

В разделе 3.2.5.5 уже был упомянут так называемый предел погрешности. Его применяют для задания максимального гарантированного значения погрешности. Этот предел содержит как оцененную систематическую, так и случайную погрешность. Пределы погрешностей отдельных измеренных значений могут иметь положительные, отрицательные или неопределенные знаки. При неопределенных знаках предел погрешности результата измерения определяется суммированием абсолютных значений пределов погрешности отдельных измеренных значений:

$$E_{gy} = \pm\left\{\left|\frac{\partial f}{\partial \bar{x}_1} E_{gx_1}\right| + \left|\frac{\partial f}{\partial \bar{x}_2} E_{gx_2}\right| + \ldots + \left|\frac{\partial f}{\partial \bar{x}_m} E_{gx_m}\right|\right\}. \qquad (3.3.30)$$

Если знаки пределов погрешности измеренных значений известны, то положительный и отрицательный пределы погрешности результата измерения вычисляются отдельно:

$$E_{gy\,\text{отр}} = \frac{\partial f}{\partial x_i} E_{gx_i} + \ldots + \frac{\partial f}{\partial x_j} E_{gx_j}; \quad \frac{\partial f}{\partial x} E_{gx} \le 0; \qquad (3.3.31а)$$

$$E_{gy_m} = \frac{\partial f}{\partial x_r} E_{gx_r} + \ldots + \frac{\partial f}{\partial x_s} E_{gx_s}; \quad \frac{\partial f}{\partial x} E_{gx} \geq 0. \qquad (3.3.31\text{ б})$$

3.3.4 Методы обработки, связанные со статистическими погрешностями

3.3.4.1 ПРОВЕРКА ГИПОТЕЗЫ НОРМАЛЬНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Ниже рассмотрены два варианта проверки нормальности закона распределения генеральной совокупности, из которой взята данная выборка. Большая часть наших рассуждений о погрешностях основана на том, что погрешность распределена нормально: это допущение следует всегда проверять, если оно не вытекает из более ранних исследований [2, 7].

Наиболее простой вариант, состоящий в сопоставлении измеренного распределения с нормальным, основан на исследовании так называемой диаграммы накопленной частоты (вероятности) (рис. 3.3.10).

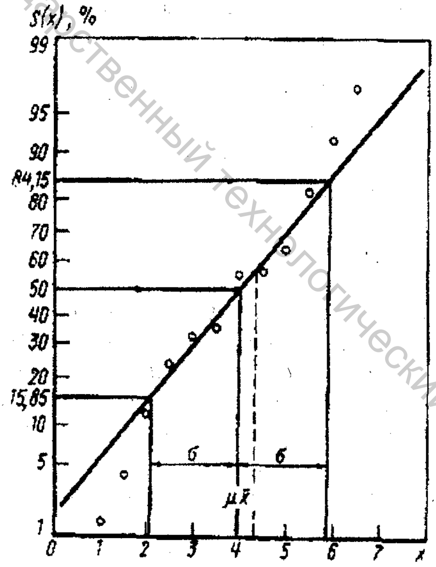


Рис. 3.3.10. Диаграмма накопленной частоты для проверки нормальности распределения

Числовые пометки на оси ординат (накопленной частоты) нанесены таким образом, что нормальному распределению на этой диаграмме соответствует прямая линия. Накопленную частоту измеренных значений (см. рис. 3.3.4, *а*) наносят на диаграмму, изображенную на рис. 3.3.10. После этого проводят (чаще всего на глаз) прямую таким образом, чтобы отклонение прямой от точек было бы минимальным.

Суждение о том, насколько хорошо имеющееся распределение соответствует нормальному, высказывается после изучения следующих двух вопросов:

1. В какой мере точки удалены от прямой?

2. Насколько рассчитанное среднее значение $\bar{x}$ выборки отклоняется от определенного с помощью прямой математического ожидания μ нормального распределения. Величина μ считывается с диаграммы при накопленной частоте 50%.

К изложенному выше необходимо сделать некоторые замечания. Прежде всего, значение 100% накопленной частоты, которое достигается в выборке, на диаграмму не наносят. Это связано с тем, что нормальное распределение допускает бесконечно большое отклонение от ожидаемого значения. Как уже упоминалось в разделе 3.3.2.1, нормальное распределение всегда представляет собой лишь приближенную модель действительного распределения, однако бесконечно большие отклонения в действительности не встречаются. Так как вероятность больших отклонений вообще мала, то основное внимание следует уделять отклонениям, находящимся в области среднего значения. Поэтому не следует обращать внимание на отклонение выборки от прямой при накопленной частоте < 10% или > 90% (см. рис. 1.3 - 10).

Рассмотренная процедура дает только качественную и грубую оценку. Тем не менее она пригодна для обнаружения значительного отклонения от нормального распределения.

Количественная оценка производится с помощью так называемого χ^2 (хи - квадрат) распределения:

1. Определяют из выборки оценки

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i;$$

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1}\left[\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2\right]}.$$

2. Разбивают измеренные значения на K ($K \geq 4$) интервалов (при необходимости интервалы могут иметь различную ширину) таким образом, чтобы в каждом интервале находилось, по крайней мере, пять измеренных значений.

3. Определяют число измеренных значений в каждом интервале n_{ei}.

4. Для нормального распределения с $\mu = \bar{x}$ и $\sigma = S$ находят вероятность P_i попаданий измеренных значений в i-тый интервал (см. 3.3.2.1). По ней определяют число измеренных значений n_{0i}, которые должны были бы попасть в этот интервал при нормальном распределении:

$n_{0i} = nP_i$,

где n – объем выборки.

5. Вычисляют выражения

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{K}\frac{\left(n_{ei} - n_{0i}\right)^2}{n_{0i}} \text{ и } n_f = K - 1,$$

и, используя рис. 3.3.11, принимают или отвергают гипотезу.

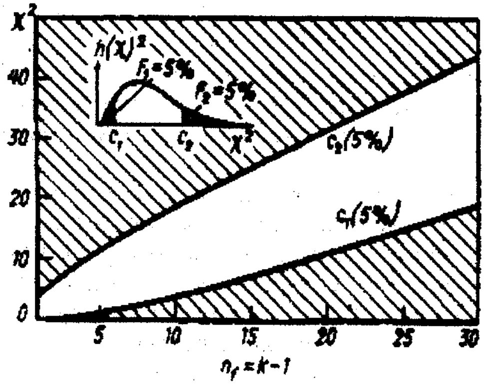


Рис. 3.3.11. Доверительные границы χ^2-распределения, используемые для проверки гипотезы о нормальности распределения при уровне значимости 5%:
$n_f = k - 1$ – число степеней свободы; K – число интервалов, используемых при проверке

Если точка χ^2, n_f лежит в незаштрихованной области, то нет оснований сомневаться в том, что генеральная совокупность, откуда произведена выборка, имеет предполагаемое нормальное распределение. Однако это не означает, что речь идет о каждом случае нормального распределения. Можно только утверждать, что если нормальное распределение действительно имеет место, то выражение χ^2 в среднем только в 5% всех случаев лежит в верхней и в 5% всех случаев в нижней заштрихованных областях. Поэтому, если значение χ^2 попадает в эти области, гипотеза отвергается.

3.3.4.2 ГРУБЫЕ ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ

Если большой ряд измерений или выборку привлекают для дальнейшей обработки, то каждый раз возникает вопрос, не содержит ли этот ряд ошибочных измерений. Ответ на этот вопрос может быть получен следующим образом:

1. Предполагают, что различия в ряде измерений обусловлены случайными погрешностями. Обычно эти погрешности имеют нормальное распределение.

2. По измеренным значениям определяют характеристики распределения. Для нормального распределения такими характеристиками являются среднее значение $\bar{x}$ и рассеяние S.

3. Выбирают доверительную вероятность, например 95%.

4. Для предполагаемого нормального распределения с $\mu = \bar{x}$ и $\sigma = S$ можно по рис. 3.3.6 определить доверительный интервал при выбранной доверительной вероятности. Например, при доверительной вероятности 95% доверительный интервал равен $+1{,}96\sigma$. Это означает, что только в 2,5% всех случаев

попадаются значения $\bar{x} > x + 1{,}96S$ и в 2,5% всех случаев – значения $x < \bar{x} - 1{,}96S$.

5. Для измеренных значений, лежащих вне доверительного интервала, отвергаем гипотезу об их принадлежности генеральной совокупности, имеющей предполагаемое распределение, так как вероятность появления таких значений мала. Эти значения мы рассматриваем как *грубую* погрешность (*выброс*). Мы предполагаем, что их появление обусловлено не случайной, а какой-либо систематической погрешностью (например, ошибкой в отсчете или воздействием помех).

6. После исключения грубой погрешности рассчитывают исправленные оценки $\bar{x}$ и S.

3.3.4.3 СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА ВЫБОРКИ ЛЮБОГО ОБЪЕМА

Допустим, что в результате эксперимента получена выборка, состоящая из n значений $x_1, x_2, \ldots x_n$ исследуемого показателя, являющегося случайной величиной, которая подчиняется закону нормального распределения. Тогда в качестве оценки для среднеарифметического генеральной совокупности принимается выборочная средняя $\bar{x}$:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n};$$

а для дисперсии – выборочная дисперсия S^2, определяемая по формуле

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n-1}.$$

Выборочная дисперсия S^2 и среднеквадратичное отклонение

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{\bar{x}}\right)^2}{n-1}}.$$

характеризуют разброс экспериментальных данных относительно одной и той же выборочной средней x. Для сравнительной оценки разброса при различных значениях $\bar{x}$ применяется коэффициент вариации v, рассчитываемый по формуле, %

$$v = \frac{S}{x}100 \qquad [\%].$$

Точность выборочной средней $\bar{x}$ характеризуется доверительным интервалом

$$I_p = \left(\bar{x} - t_p\frac{S}{\sqrt{n}};\, \bar{x} + t_p\frac{S}{\sqrt{n}}\right),$$

для построения которого значение t_p выбирается из таблицы в зависимости от доверительной вероятность P и числа степеней свободы $n_f = n-1$. В таком случае можно утверждать, что с доверительной вероятностью P (P = 0,95) диапазон практически возможных значений ошибки, возникающей при замене математического ожидания исследуемого показателя выборочной средней $\bar{x}$, будет $\pm t_p \dfrac{S}{\sqrt{n}}$. Следовательно, ошибка выборочной средней $m_{\bar{x}}$ равна

$$m_{\bar{x}} = t_p \frac{S}{\sqrt{n}}.$$

3.3.4.4 РАЗЛИЧИЕ СРЕДНИХ ЗНАЧЕНИЙ

При расчете средних значений двух выборок можно ожидать, что будут получены два разных значения даже тогда, когда обе выборки сделаны из одной и той же генеральной совокупности (см. 3.3.2.2).

Если, например, в течение каждого из двух произвольно выбранных дней проверять по одной выборке вес разлива дозировочной машины, то средние веса разлива двух дней будут отличаться друг от друга. Возможно, что это различие обусловлено только случайностью выборок. Однако не исключено, что усредненный вес разлива действительно изменяется. В первом случае обе выборки взяты из одной и той же генеральной совокупности, во втором случае – из двух различных генеральных совокупностей.

Если оба средних значения получены из одной и той же генеральной совокупности, то они представляют собой две оценки одного и того же математического ожидания. В этом случае величина t имеет t-распределение Стьюдента:

$$t = \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 - 2)}{n_1 + n_2}} \cdot \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}}, \qquad (3.3.32)$$

где n – объем выборок; $\bar{x}$ - среднее значение выборки; S – рассеяние выборки (индекс соответствует номеру выборки).

Для t-распределения можно рассчитать вероятность того, что величина t выйдет за пределы $\pm c$ (рис. 3.3.12).

Проверку статистической достоверности различия средних значений можно осуществить следующим образом.

1. Вычисляют выражения

$$t_0 = \left| \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 - 2)}{n_1 + n_2}} \cdot \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{(n_1 - 1)S_1^2 - (n_2 - 1)S_2^2}} \right|;$$

$$\bar{x}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{i=1}^{n_i} x_{ij}; \quad S_i^2 = \frac{1}{n_i - 1} \sum_{i=1}^{n_i} \left(x_{ij} - \bar{x}_i\right)^2.$$

2. Приравнивая критерий значимости c величине t_0, по рис. 3.3.12 определяют соответствующую вероятность P (так называемый уровень значимости). При этом число степеней свободы $n_f = n_1 + n_2 - 2$.

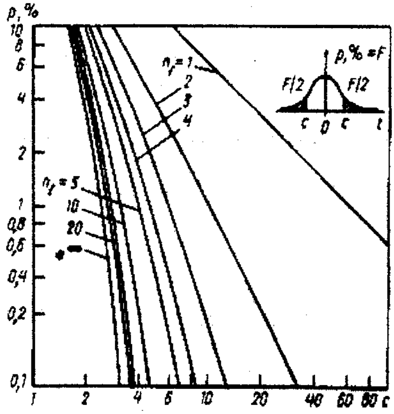


Рис. 3.3.12. *t*-распределение Стьюдента:
P (%) – вероятность того, что $|t| \geq c$; $P = f(c, n)$; n_f - число степеней свободы

3. Различие средних значений является статистически достоверным, если уровень значимости достаточно мал (например, $P = 1\%$).

В этом случае можно считать, что имеется систематическое различие между средними значениями.

Если проверка осуществляется для того, чтобы убедиться в случайности различий средних значений, то уровень значимости должен быть по возможности наиболее высоким (например, $P \geq 10\%$). В неохваченной области вопрос остается открытым. Для его решения необходимо повторить проверку с привлечением выборки большего объема.

Если объем обеих выборок одинаков, т.е. $n_1 = n_2 = n$, то выражения для t_0 и n_f упрощаются:

$$t_0 = \sqrt{n}\,\frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{S_1^2 + S_1^2}}.$$

Степень свободы после операции 2 тогда будет равна $n - 1$.

3.3.4.5 ОПРЕДЕЛЕНИЕ НЕОБХОДИМОГО ЧИСЛА ИСПЫТАНИЙ

Итак, мы рассмотрели, как по выборке определить ошибку выборочной средней $\bar{x}$. Теперь остановимся на решении практически важной обратной задачи: как по заданной ошибке выборки подсчитать необходимое число испытаний, т.е. как найти число испытаний n для определения среднеарифметического с ошибкой не более ε при доверительной вероятности P, %.

Отметим, что эта задача до постановки опыта может быть решена приближенно, а затем на основе результатов опыта ее решение должно быть уточнено. Все это обусловлено тем, что после обработки результатов опыта нам известна лишь выборочная дисперсия, а не дисперсия генеральной совокупности.

Решение задачи осуществляется по следующей схеме. Сначала, исходя из априорной информации о точности измерительных приборов и др., задаемся ориентировочным значением S. Затем из формулы $m_{\bar{x}} = t_p \dfrac{S}{\sqrt{n}}$, подставив вместо $m_{\bar{x}}$ величину ε, определим число испытаний n:

$$n = \frac{t_p^2 S^2}{\varepsilon^2}.$$

Сколько надо опытов

Рассчитав n, производим n испытаний и по формуле $m_{\bar{x}} = t_p \dfrac{S}{\sqrt{n}}$ определяем ошибку $m_{\bar{x}}$. Если $m_{\bar{x}} \le \varepsilon$, то испытание прекращается. Если же $m_{\bar{x}} > \varepsilon$, то, учитывая результаты опыта, уточняем значение S и, используя его, по формуле $n = \dfrac{t_p^2 S^2}{\varepsilon^2}$ определяем новое значение n'. Затем дополнительно ставим $n' - n$ испытаний, по результатам всех испытаний n' по формуле $m_{\bar{x}} = t_p \dfrac{S}{\sqrt{n}}$ рассчитываем $m_{\bar{x}}'$, полученное значение $m_{\bar{x}}'$ сравниваем с ε. Если $m_{\bar{x}}' > \varepsilon$, процедура повторяется.

Величину t_p выбирают из таблицы в зависимости от доверительной вероятности P. При P = 0,95 t_p = 1,96, а при P = 0,99 t_p = 2,58.

3.3.4.6 СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА ВЫБОРКИ МАЛОГО ОБЪЕМА

Рассмотренная выше методика применительна для выборки с любым объемом n. Если же объем выборки мал (не превышает десяти, что зачастую имеет место на практике), то эту методику можно упростить. В таком случае в качестве оценки среднеквадратичного отклонения применяют величину

$$S = K_R \cdot R,$$

где $R = x_{max} - x_{min}$ – размах выравнивания;

K_R – коэффициент, значение которого выбирают из таблицы в соответствии со значением n.

Доверительным интервалом будет интервал $I = \left(\bar{x} - t_R R; \quad \bar{x} + t_R R\right)$; здесь значение t_R тоже выбирают из таблицы.

Для проверки сомнительного значения выборки поступаем следующим образом. Определяем отношение

$$q_{расч} = \frac{x^* - \hat{x}}{R},$$

где x^* - сомнительное значение; $\hat{x}$ - ближайшее к нему значение, и сравниваем с q_R, взятым из таблицы. Если $q_{расч} > q_R$, то с вероятностью 0,95 проверяемое значение можно исключить из дальнейших расчетов.

3.3.4.7. ЛИНЕЙНАЯ РЕГРЕССИЯ

В измерительной технике очень часто определяют зависимость одной переменной y от другой переменной x. С помощью линейной регрессии исследуют линейную зависимость измеряемых значений. В данном разделе мы рассматриваем величину y как зависимую, а величину x как независимую переменные. Так, например, при поверке величина, воспроизводимая мерой, является независимой, а показание поверяемого прибора – зависимой.

Несмотря на то, что мы стремимся получить линейную зависимость, измеренные значения y, как правило, не лежат на прямой. В данном случае это происходит потому, что имеется случайная погрешность измерений. При исследовании статистических процессов это обусловлено также и тем, что взаимосвязь является не функциональной, а лишь статистической. Так, например, рост сыновей зависит от роста отцов, но только в статистическом смысле.

Возникает вопрос, как провести искомую прямую, называемую *прямой регрессии* или прямой выравнивания, через точки измерения, нанесенные на x – y-диаграмме, или как ее рассчитать.

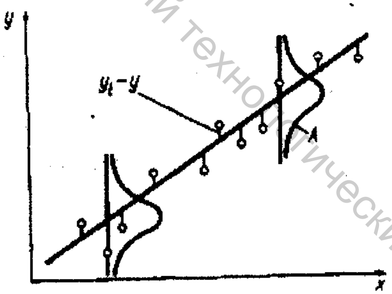


Рис. 3.3.13. Прямая регрессии $\left(y - \bar{y}\right) = b\left(x - \bar{x}\right)$:
A – нормальное распределение, не зависящее от x

Исходя из того, что для определенного значения независимой переменной x величина y нормально распределена относительно ее математического ожидания, лежащего на прямой, и что это нормальное распределение не зависит от значения переменной x, можно применить метод наименьших квадратов. При этом рассматривают не расстояние точки измерения от прямой, а разность ординат точки измерения и прямой (рис. 3.3.13).

Прямую, соответствующую минимальной сумме квадратов погрешности, с наибольшей вероятностью можно рассматривать как искомую прямую генеральной совокупности и рассчитывать по следующей формуле

$$\left(y-\bar{y}\right)=b\left(x-\bar{x}\right),$$

$$\text{где}\quad \bar{y}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}y_i;\quad \bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i. \qquad (3.3.33)$$

Крутизна прямой b называется *коэффициентом регрессии* и рассчитывается следующим образом:

$$b=\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\bar{x}\right)\left(y_i-\bar{y}\right)}{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\bar{x}\right)^2}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i\sum_{i=1}^{n}y_i}{\sum_{i=1}^{n}x_i^2-\frac{1}{n}\left(\sum x_i\right)^2}. \qquad (3.3.34)$$

В результате получают оценку прямой, описывающей линейную зависимость. Здесь снова возникает проблема доверительных границ. Сначала мы рассмотрим доверительные границы для коэффициента регрессии b. Процедура решения этого вопроса состоит в следующем:

1. Выбирают доверительную вероятность P (%) (например, 95, 99% или другую).

2. По рис. 3.3.8 определяют $c = f\,(P,\ n_f)$, где $n_f = n - 2$ – число степеней свободы.

3. Вычисляют выражения

$$S_1^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}x_i^2-\frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)^2;$$

$$S_2^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}y_i^2-\frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n}y_i\right)^2;\quad b=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i\sum_{i=1}^{n}y_i}{\sum_{i=1}^{n}x_i^2-\frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)^2}.$$

4. Определяют доверительные границы погрешности коэффициента регрессии

$$E_{aP,\%}=\pm c\cdot\frac{S_2^2-b^2S_1^2}{(n-2)S_1^2}. \qquad (3.3.35)$$

Математическое ожидание β коэффициента регрессии b с доверительной вероятностью P (%) лежит в области

$$b-E_{aP},\%\le\beta\le b+E_{aP},\%. \qquad (3.3.35)$$

На рис. 3.3.14, *а* показан доверительный интервал для коэффициента b линейной зависимости, определенный таким расчетом. Если, в частности, этот интервал включает значение β = 0, то с выбранной доверительной вероятностью нет оснований утверждать, что действительный коэффициент регрессии b отличен от нуля. В этом случае считают, что линейная зависимость не установлена с достаточной достоверностью.

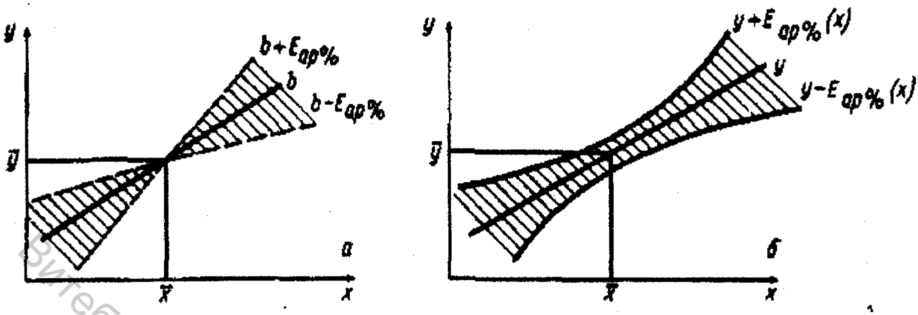


Рис. 3.3.14. Доверительные интервалы:
а – коэффициентов регрессии; *б* – математического ожидания $y\,(x)$

Дополнительная недостоверность состоит в том, что среднее значение $\bar{y}$, через которое проводится прямая, также представляет собой лишь оценку соответствующего математического ожидания. Поэтому недостоверным является и «положение» прямой.

Теперь можно для каждого значения y прямой $y-\bar{y}=b\left(x-\bar{x}\right)$ определить доверительный интервал следующим образом:

1. Выбирают доверительную вероятность P (например, 95, 99% или другую).

2. По рис. 3.3.8 определяют $c = f\,(P, n_f)$, где $n_f = n - 2$ – число степеней свободы.

3. Вычисляют выражения

$$S_1^2=\frac{1}{n-1}\left[\sum_{i=1}^{n}x_i^2-\frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)^2\right];$$

$$S_2^2=\frac{1}{n-1}\left[\sum_{i=1}^{n}y_i^2-\frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n}y_i\right)^2\right];$$

$$b=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i\sum_{i=1}^{n}y_i}{\sum_{i=1}^{n}x_i^2-\frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)^2}.$$

4. Определяют доверительный интервал погрешности значений для разных значений y

$$E_{aP},\% = \pm c\sqrt{\frac{\left(x-\bar{x}\right)^2 n(n-1)\left(S_2^2 - b^2 S_1^2\right) + (n-1)S_1^2}{n(n-1)(n-2)S_1^2}}. \qquad (3.3.36)$$

Математическое ожидание μ_y величины $y = \bar{y} + b\left(x - \bar{x}\right)$ с выбранной доверительной вероятностью P лежит в области

$$y - E_{aP},\% \le \mu_y \le y + E_{aP},\%.$$

На рис. 3.3.14, *б* показаны определенные таким образом значения доверительного интервала. Как видно из уравнения (3.3.36), этот интервал зависит от x и минимален при $x = \bar{x}$, что связано с установленной выше недостоверностью коэффициента b.

Если требуется проверить только то, что крутизна b значимо отличается от нуля, т.е. что имеет место существенная и линейная зависимость между x и y, то поступают следующим образом.

Вычисляют выражения

$$S_1^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2;$$

$$S_2^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)^2;$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}.$$

Вычисляют

$$c = \left| b\sqrt{\frac{(n-2)S_1^2}{\left(S_2^2 - b^2 S_1^2\right)}} \right|.$$

По рис. 3.3.12 определяют $P = f(c, n_f)$, $n_f = n - 2$.

Вероятность P (%) представляет уровень значимости отклонения крутизны b исследуемой зависимости от прямой с $b = 0$.

Если уровень значимости достаточно мал (например, $P \le 1$ %), то гипотеза, что $\beta = 0$, отбрасывается. Прямая статистически значимо отклоняется от прямой с коэффициентом b, равным нулю.

Мы предполагали, что зависимость должна быть линейной. Эта гипотеза также может быть проверена.

3.3.4.8. ЛИНЕЙНАЯ КОРРЕЛЯЦИЯ

Если пары значений (x_i, y_i) изучают с целью выявления линейной зависимости и при этом x и y не рассматривают соответственно как зависимую и независимую переменные, то в этом случае говорят о корреляции. Например, рост пар сестер имеет статистическую зависимость. Однако было бы бессмысленным рост одной сестры рассматривать как свободную, а рост другой – как зависимую переменную. Такая же постановка вопроса имеет место, например, при сопоставлении давления воздуха, атмосферных осадков или температуры в различных местах.

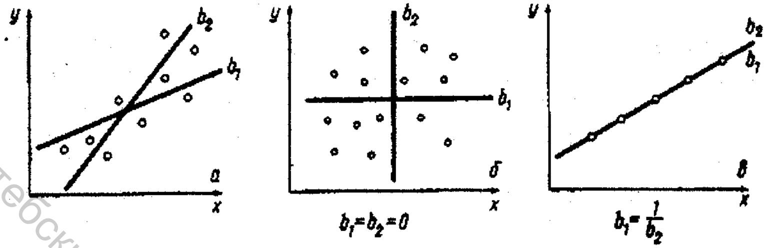


Рис. 3.3.15. Положение прямых регрессии при различной степени линейной статистической связи пар значений x, y

Если пары значений (x_i, y_i) нанести на $x - y$-диаграмму и искать прямую, которая изображает возможную линейную зависимость, то можно снова использовать метод наименьших квадратов, упомянутый в предыдущем разделе. Правда, теперь имеют смысл две прямые, так как каждая переменная в разной мере может быть рассмотрена и как зависимая, и как независимая.

Если рассматривают функцию $y - \bar{y} = b(x - \bar{x})$, то коэффициент b_1 выбирают так, чтобы сумма всех квадратов $(y - y_i)^2$ была бы минимальной. Однако с теми же основаниями y может рассматриваться как свободная переменная. Тогда коэффициент b_2 функции $(x - \bar{x}) = b_2(y - \bar{y})$ выбирают так, чтобы минимальной была сумма всех квадратов $(x - x_i)^2$. В общем случае обе прямые не совпадают (рис. 3.3.15, *а*).

Далее можно показать, что оба значения b_1 и b_2 тем сильнее стремятся к нулю и, следовательно, приближаются друг к другу, чем более независимы друг от друга x и y. При полной статистической независимости прямые перпендикулярны и $b_1 = b_2 = 0$ (см. рис. 3.3.15, *б*).

Если имеет место функциональная зависимость в математическом смысле, то $b_1 = 1 / b_2$ и обе прямые регрессии совпадают (см. рис. 3.3.15, *в*).

Коэффициенты крутизны b_1 и b_2 в зависимости от степени (тесноты) статистической связи изменяются между нулем и значением крутизны соответствующей линейной функциональной зависимости. Поэтому значения b_1 и b_2 в какой-то мере отражают тесноту линейной связи. Однако полностью охарактеризовать ее они не могут, так как не зафиксирована верхняя граница b. Этого можно достичь посредством нормирования. Нормированный следующим образом коэффициент r называется *коэффициент корреляции*:

$$r = b_1 \frac{S_1}{S_2} = b_2 \frac{S_2}{S_1} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{\sqrt{\left[\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2\right]\left[\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)^2\right]}}. \qquad (3.3.37)$$

Коэффициент корреляции r может принимать значения только между -1 и $+1$. При строгой (функциональной) линейной связке x и y пары значений (x_i, y_i) лежат на прямой. При положительном коэффициенте угла наклона прямой имеем $r = +1$, а при отрицательном - 1. Если x и y полностью статистически независимы, то $r = 0$.

Модуль коэффициента r является мерой линейной зависимости. Чем ближе пары значений расположены к прямой, тем в большей степени модуль r приближается к единице.

Здесь необходимо сделать три замечания, чтобы избежать ошибочной интерпретации.

1. Из сказанного выше вытекает, что если две величины не зависят друг от друга, то они не коррелированы и $r = 0$; если пары значений (x_i, y_i) лежат на прямой, то $r = 1$.

Однако обратные утверждения в общем случае не верны. Если $r = 0$, то это означает, что отсутствует линейная зависимость. Но это не означает, что x и y вообще не зависят друг от друга.

Если $r = 1$, то из этого не следует, что зависимость между x и y линейна, а только то, что эти величины зависят друг от друга.

2. Если r используется как мера линейной зависимости, то необходимо учитывать, что r зависит от объема выборки n. Очевидно, что при наличии только двух пар значений величина r всегда равна единице. Однако, как мы увидим при определении доверительных границ, при малых n доверительный интервал увеличивается и использование r в качестве статистической характеристики только при двух парах значений недопустимо.

3. Если пары значений лежат вблизи прямой, то из того, что r принимает значение, близкое ± 1, не следует, что эта линейная зависимость отображает также причинно-следственную связь. Например, одновременно увеличиваются и средняя продолжительность жизни, и число жертв движения. Весьма вероятно, что имеется корреляция между числом совершаемых краж и числом автомобилей в определенной стране, так как и то и другое увеличивается. Возможно, что такая мнимая, лишенная смысла корреляция происходит от того, что коррелированные явления имеют общую причину, однако так бывает не всегда. Гипотеза наличия причинно-следственной связи должна быть обоснованна в каждом отдельном случае. Корреляция показывает лишь, не противоречат ли полученные результаты этой гипотезе.

Коэффициент корреляции r, рассчитанный по уравнению (3.3.37), характеризует корреляцию в выборке. Он может быть использован в качестве оценки математического ожидания ρ коэффициента корреляции генеральной совокупности. При этом снова возникает задача статистической достоверности этого коэффициента.

Наиболее просто проверить гипотезу $\rho = 0$. При этом проверяют, является ли отличие коэффициента корреляции r от нуля статистически значимым. Однако эта проверка равнозначна проверке статистической значимости отличия от нуля коэффициентов b_1 прямой регрессии $y - \overline{y} = b_1\left(x - \overline{x}\right)$. Поэтому она может быть осуществлена в соответствии с процедурой, изложенной в разделе 3.3.4.5.

Доверительный интервал для коэффициента корреляции определяют следующим образом:

1. Выбирают доверительную вероятность P (например, 95, 99% и т.п.).

2. По рис. 1.3 – 6 определяют величину $c \ / \ \sigma = f \ (P)$, вычисляют $\sigma = 1\sqrt{n-3}$ и определяют c.

3. Определяют коэффициент корреляции:

$$r = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} x_i y_i - \frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n} x_i \sum\limits_{i=1}^{n} y_i}{\sqrt{\left[\sum x_i^2 - \frac{1}{n}\left(\sum x_i\right)^2\right]\left[\sum y_i^2 - \frac{1}{n}\left(\sum y_i\right)^2\right]}}.$$

3.4 Математико-статистические методы планирования эксперимента

3.4.1 Основные сведения

Многообразие возможных экспериментальных задач, а также практических ситуаций, связанных с их оптимизацией, в первую очередь стоящих перед обувной промышленностью, не дает возможность рекомендовать для всех случаев какую-либо одну постоянную стратегию эксперимента. В каждом отдельном случае необходимо выбирать такой комплект математических методов планирования эксперимента, который дает наибольший эффект в данной ситуации.

При формализации априорных сведений об объекте исследования по литературным данным или по результатам опроса специалистов рекомендуется применять метод априорного ранжирования факторов. Метод случайного баланса целесообразно использовать при отсеивающих экспериментах для выделения значимых эффектов в случае рассмотрения малоизученных многофакторных процессов. На стадии движения в область оптимума эффективным являются метод крутого восхождения или последовательное симплекс-планирование. Наконец, при описании области оптимума рекомендуется применять центральное композиционное ротатабельное и ортогональное планирование второго или третьего порядка. В ряде работ используется дисперсионный анализ.

Применение математических методов исследования связано с необходимостью проведения значительного объема вычислений со сравнительно высокой точностью. Поэтому правильнее выполнять эту работу с помощью средств современной вычислительной техники.

Каждое экспериментальное исследование состоит из ряда следующих друг за другом этапов (рис. 3.4.1): формулирование цели, выдвижение гипотезы об исследуемом объекте, планирование экспериментов, проведение экспериментов, обработка и анализ результатов, проверка правильности выдвинутой гипотезы, выдвижение новой гипотезы, проверка условий окончания эксперимента, планирование нового эксперимента.

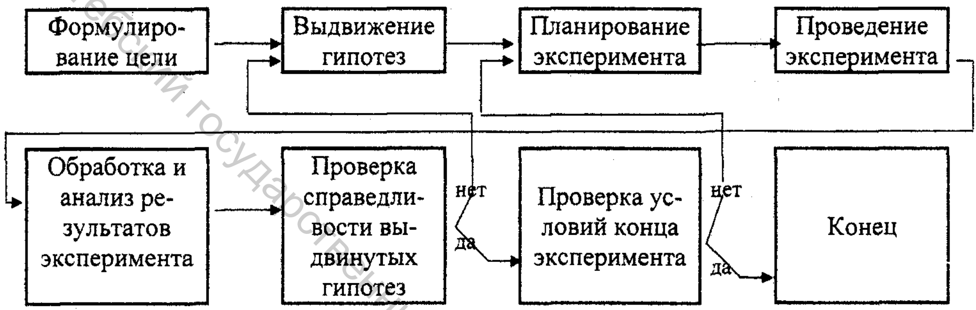


Рис. 3.4.1. Стратегия построения математической модели

Из этой схемы ясно, что исследование объекта состоит из повторяющихся циклов, причем от цикла к циклу растет объем знаний об объекте, т.е., что можно предположить, что выдвигаемые гипотезы все более приближаются к действительности. Вместе с тем возрастает также эффективность планирования эксперимента и всего исследования. Здесь прослеживается связь стратегии эксперимента с концепцией последовательного анализа, разработанного в математической статистике [7-11, 13].

Применение математических методов планирования эксперимента позволяет решать многие задачи, имеющие научное и практическое значение:

1. Оценка степени влияния управляемых факторов – независимых переменных на параметры, определяющие эффективность производства с технологической или экономической точки зрения.

2. Поиск оптимальных условий протекания технологических процессов, обеспечивающих, например, формоустойчивость обуви, когда аналитическое выражение функции отклика неизвестно.

3. Построение математических моделей процессов, облегчающих переход к их автоматическому управлению и оптимизации.

4. Оптимизация конструкции оборудования.

5. Оптимизация технологических процессов в производственных условиях с целью исключения брака.

6. Разработка комплексных методов испытания обувных материалов, позволяющих одновременно учитывать различные свойства материалов и т.д.

Планирование эксперимента наиболее эффективно, когда факторов x_i много (задача многомерная), а вид зависимости $y(\bar{x})$ - простой (или допускает безболезненное упрощение). Такая ситуация обычна для технологических экспериментов. Полная задача: определить вид зависимости $y(\bar{x})$. Частные задачи: отсеять факторы x_i, влияние которых не превышает ошибки эксперимента, или найти точку эксперимента $y(\bar{x})$.

Как видно, область применения методов планирования эксперимента весьма обширна. В любом случае математическое планирование эксперимента – не первооснова, а лишь составная часть плана, требующая нешаблонного выбора приемов для каждой задачи. Причем в каждом отдельном случае необходимо выбирать такой комплекс математических методов планирования экспериментов, который дает наибольший эффект в данной ситуации.

3.4.2 Определение регрессионных многофакторных математических моделей по данным активного эксперимента

В настоящее время в научных исследованиях широкое применение получили математико-статистические методы планирования экспериментов, в которых математический аппарат играет активную роль, диктуя исследователю определенную схему постановки эксперимента и последовательность анализа эксперимента.

В задачу планирования эксперимента входят:

- выбор необходимых для эксперимента опытов, т.е. построение матрицы планирования;

- выбор методов математической обработки результатов эксперимента.

Матрица планирования эксперимента представляет собой таблицу, в которой указаны значения уровней факторов в различны сериях опытов. Матрицы планирования должны удовлетворять ряду требований:

- ***ортогональность*** – независимость получаемых коэффициентов регрессии и возможность исключения членов модели с незначимыми коэффициентами без последующего пересчета значимых коэффициентов;
- ***ротатабельность*** – постоянство дисперсии выходного параметра на равных расстояниях от центра эксперимента;
- ***униформность*** – постоянство дисперсии выходного параметра в некоторой области вокруг центра эксперимента.

Эксперимент, реализующий все возможные неповторяющиеся комбинации уровней исследуемых факторов, называется ***полным факторным экспериментом*** (ПФЭ). Он применяется для получения регрессионной многофакторной модели (РМФМ) при исследовании локального участка факторного пространства, не соответствующего его экстремальной части. РМФМ, получаемая по результатам ПФЭ, имеет вид линейного полинома

$$У = в_0 + в_1 x_1 + в_2 x_2 + в_1 в_2 x_1 x_2 ... + в_M x_M$$

или неполного полинома второго порядка

$$У = в_0 + в_1 x_1 + в_2 x_2 + в_M x_M + в_{12} x_1 x_2 + в_{ij} x_i x_j$$

третьего порядка

$$У = в_0 + в_1 x_1 + в_2 x_2 + в_3 x_3 + в_1 в_2 x_1 x_2 + в_1 в_3 x_1 x_3 + в_2 в_3 x_2 x_3 + в_1 в_2 в_3 x_1 x_2 x_3 .$$

При факторном планировании в отличие от традиционного (однофакторного) по величине коэффициентов регрессии $в_i, в_{ij}$ в РМФМ можно судить о влиянии на выходной параметр не только каждого фактора x_i, но и их взаимодействия $x_i\ x_j$, т.е. изменения влияния одного фактора при переходе второго фактора на другой уровень.

3.4.2.1 РАЗРАБОТКА МАТРИЦЫ ПЛАНИРОВАНИЯ

Для составления матрицы планирования необходимо определить требуемое количество опытов:

$$N = k^M ,$$

где k – число уровней варьирования каждого фактора, изменяя которое можно уменьшать или увеличивать N.

Необходимо учесть, что для вычисления коэффициентов регрессии искомого уравнения (2) должно соблюдаться условие $N \geq N_k$ (N_k – число коэффициентов регрессии РМФМ), а для оценки адекватности полученной модели это условие усиливается, т.е. $N > N_k$.

В матрице планирования используются кодированные значения уровней фактора:

(-) – нижний уровень фактора (равен -1);

(+) – верхний уровень фактора (равен +1).

Например: для двухуровневого трехфакторного эксперимента (2^3) матрица ПФЭ содержит восемь опытов (см. таблицу 3.4.1).

Таблица 3.4.1

№ п/п	Факторы								$У_{ui}$	$\bar{У}_u$	$S_4^2(У)$
	x_0	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$x_1x_2x_3$			
1	+	-	-	-							
2	+	+	-	-							
3	+	-	+	-							
4	+	+	+	-							
5	+	-	-	+							
6	+	+	-	+							
7	+	-	+	+							
8	+	+	+	+							
					$\sum$	$\sum$	$\sum$	$\sum$		$\sum$	$\sum$

Обработку результатов эксперимента проводят в следующем порядке:

1. Нахождение статистических характеристик.
2. Проверка гипотезы об однородности дисперсии.
3. Вычисление дисперсии воспроизводимости выходного параметра в опытах матрицы.
4. Оценка значимости полученных коэффициентов регрессии.
5. Проверка адекватности полученной модели.
6. Исследование полученной регрессионной многофакторной модели.

Получив математическую модель, исследователь проводит ее анализ. Вклад фактора в величину выходного параметра при переходе от нижнего уровня к верхнему называется эффектом фактора. Чем больше коэффициент регрессии, тем выше эффект этого фактора, т.е. тем сильнее влияние фактора на выходной параметр. Таким образом, по величине коэффициентов регрессии в модели можно осуществить ранжирование факторов по силе их влияния на У.

Наиболее наглядным является графическое построение поверхности отклика для двухфакторной регрессионной модели путем изображения линий одинакового уровня выходного параметра (изолиний). Каждая линия представляет собой проекцию сечения поверхности отклика плоскостью, параллельной плоскости чертежа.

Анализируя вид полученной поверхности, легко определить влияние каждого фактора на выходной параметр.

Для трехфакторной модели строят три семейства изолиний для двух факторов, используя три стабилизации третьего фактора (на нижнем, основном и верхнем уровнях).

При $M > 3$ наглядное представление о геометрическом образе поверхности отклика становится невозможным из-за отсутствия у человека интуиции в многомерных пространствах.

В приложении П.2 дан пример получения математической модели и ее графической интерпретации применительно к задачам, возникающим в обувном производстве.

3.5 Априорное ранжирование факторов (психологический эксперимент)

Как было сказано выше, при формализации априорных сведений об объекте исследования по литературным данным или по результатам опроса специалистов рекомендуется применить метод априорного ранжирования факторов. В приложении П.1 дан пример выбора наиболее значимых факторов при оценке качества обуви различного назначения по эргономическим показателям физиологического соответствия с использованием данного метода [13].

3.6 Основы дисперсионного анализа

<u>Дисперсионный анализ</u> – это статистический метод анализа результатов наблюдений, зависящих от различных, одновременно действующих факторов, выбор наиболее важных факторов и оценка их влияния. Дисперсионный анализ находит применение в различных областях науки и техники. Идея дисперсионного анализа, как и сам термин «дисперсия», принадлежат Р. Фмиеру. Суть анализа заключается в разложении общей вариации случайной величины на независимые слагаемые, каждое из которых характеризует влияние того или иного фактора или их взаимодействия.

Факторами обычно называют внешние условия, влияющие на эксперимент. Это, например, температура и атмосферное давление, сила тяготения, тип оборудования и т.п. Нас интересуют факторы, действие которых значительно и поддается проверке. В условиях эксперимента факторы могут варьировать, благодаря чему можно исследовать влияние контролируемого фактора на эксперимент. В этом случае говорят, что фактор варьирует на разных уровнях или имеет место нескольких уровней. В зависимости от количества факторов, включенных в анализ, различают классификацию по одному признаку – однофакторный анализ, по двум признакам – двухфакторный анализ и многостороннюю классификацию – перекрестную классификацию, изучением которой занимается многофакторный анализ.

Для проведения дисперсионного анализа необходимо соблюдать следующие условия: результаты наблюдений должны быть независимыми случайными величинами, имеющими нормальное распределение и одинаковую дисперсию. Только в этом случае можно оценить значимость полученных оценок дисперсий и математических ожиданий и построить доверительные интервалы [7-11].

3.7 Оформление результатов научных исследований

Формы научной продукции: научно-технический отчет, статья, монография, изобретение и диссертация [11, 12].

Монография – научное издание, как правило, в виде книги, содержащее всестороннее исследование одной проблемы, темы и принадлежащее одному или нескольким авторам, придерживающимся одной точки зрения.

Учебник – учебное издание в виде книги, содержащее систематическое изложение определенной учебной дисциплины, соответствующее учебной программе и утвержденное соответствующей инстанцией.

Учебное пособие – частично заменяющее и дополняющее учебник.

Изобретение – как результат исследований. Объекты изобретения: устройство, способ и изобретение на применение.

Устройство как объект изобретения характеризуется конструктивными средствами, определенными формами элементов, их взаимным расположением, средствами связи и взаимодействия, соотношением размеров.

Способ – характеризуется технологическими средствами: различного рода процессами (отработки, наблюдения, контроля), содержание которых - приемы, их последовательность, сочетания, режимы.

Изобретение на применение характеризуется новым отношением известного предмета к другим предметам, что позволяет применить его по-новому, такое использование неочевидно для специалистов.

Выявить изобретение – это значит выделить элементы, обладающие существенными отличиями, новизной, положительным эффектом и прогрессивностью. Особо важным является получение патента, что является мерилом уровня развития науки и техники страны.

Диссертация – специальная, публично защищаемая на заседании ученого совета форма научного исследования, представляемая на соискание ученой степени кандидата или доктора наук. Это квалификационная работа. Тема утверждается Советом, работа должна быть внедрена, иметь практическое использование в промышленности.

Список литературы

1. Большая советская энциклопедия. В 30 т. Т. 17 / гл. редактор А. М. Прохоров. – Москва : Советская энциклопедия, 1974. – 615 с.
2. Измерения в промышленности : справ. изд. В 3 кн. Кн. 1. Теоретические основы / пер. с нем. под ред. П. Профоса. – Москва : Металлургия, 1990. – 492 с.
3. Сена, Л. А. Единицы физических величин и их размерности / Л. А. Сена. – Москва : Наука, 1988. – 430 с.
4. Бурдун, Г. Д. Основы метрологии / Г. Д. Бурдун, Б. Н. Марков. – Москва : Издательство стандартов, 1972. – 336 с.
5. Браславский, Д. А. Точность измерительных устройств / Д. А. Браславский, В. В. Петров. – Москва : Машиностроение, 1976. – 312 с.
6. Рабинович, С. Г. Погрешности измерений / С. Г. Рабинович. – Ленинград : Энергия, 1978. – 261 с.
7. Виноградов, Ю. С. Математическая статистика и ее применение в текстильной и швейной промышленности / Ю. С. Виноградов. – Москва : Легкая индустрия, 1970. – 312 с.
8. Тихомиров, В. Б. Планирование и анализ эксперимента / В. Б. Тихомиров. – Москва : Легкая индустрия, 1974. – 262 с.
9. Адлер, Ю. П. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий / Ю. П. Адлер, Е. В. Маркова, Ю. В. Грановский. – Москва : Наука, 1976. – 279 с.
10. Планирование эксперимента в исследовании технологических процессов / пер. с нем. К. Хартман [и др.]. – Москва , 1974. – 552 с.
11. Сиденко, В. М. Основы научных исследований / В. М. Сиденко, И. М. Глушко. – Харьков : Высшая школа. Издательство при ХГУ, 1978. – 200 с.
12. Методические указания по оформлению дипломных и курсовых проектов для студентов специальности Т.17.04.01 и Т.17.04.03 / сост. В. Е. Горбачик, К. Ф. Потапова; ВГТУ. – Витебск : ВГТУ, 2000. – 23 с.
13. Севостьянов, А. Г. Методы и средства исследования механических и технологических процессов текстильной промышленности / А. Г. Севостьянов. – Москва : Легкая индустрия, 1980. – 382 с.
14. Методические указания к лабораторным работам по курсу «Основы научных исследований» / сост. С. В. Смелкова, А. И. Линник, Р. Н. Заблоцкая; ВГТУ. – Витебск : ВГТУ, 1998. – 40 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

П.1 АПРИОРНОЕ РАНЖИРОВАНИЕ ФАКТОРОВ (ПСИХОЛОГИЧЕСКИЙ ЭКСПЕРИМЕНТ)

ВЫБОР ПОКАЗАТЕЛЕЙ КАЧЕСТВА

Показатели качества являются характеристиками или показателями тех свойств материалов или готовых изделий, к которым при оценке качества предъявляют нормативные требования [13].

Для достаточно полной оценки качества обувных материалов или готовой обуви весьма важно правильно выбрать комплекс показателей качества; при этом нельзя упустить какой-нибудь значимый показатель и одновременно не следует перегружать комплекс малозначимыми показателями, т.к. с увеличением числа показателей затрудняется оценка качества. Последнее обстоятельство надо всегда иметь в виду.

При выборе показателей качества для включения в стандарты необходимо также анализировать их значимость.

После предварительного отбора показателей качества уместно оценивать их значимость, используя для этого экспертный (или социологический) метод, и затем уже включать в стандарт лишь наиболее значимые показатели в минимально возможном количестве.

Группе экспертов выдается индивидуальное задание и анкеты, в которых перечислены факторы, предположительно влияющие на изучаемое явление или процесс. Факторы могут быть выделены по результатам анализа литературы. В качестве экспертов выступают высококвалифицированные специалисты.

Например, необходимо определить весомость единичных эргономических показателей физиологического соответствия для оценки качества какого-либо вида обуви.

Наименование единичных показателей качества обуви представлены в таблице П.1.1.

Таблица П.1.1

Наименование единичных показателей качества обуви	Условное обозначение	Свойства уровня (ранг R_i)
- Масса	X_1	X
- Амортизационная способность	X_2	X
- Изгибная жесткость	X_3	X
- Перекатываемость	X_4	X
- Устойчивость при стоянии	X_5	X
- Опорная жесткость	X_6	X
- Приформовываемость верха обуви к стопе	X_7	X
- Приформовываемость низа обуви к стопе	X_8	X
- Жесткость геленочной части	X_9	X
- Фрикционные свойства	X_{10}	X

Примечание: рядом со знаком «Х» необходимо указать значимость фактора. Наиболее значимый, по мнению эксперта, показатель обозначается рангом R=1, а наименее значимый R=n. Если эксперт считает несколько показателей одинаково значимыми, то оценивает их одинаковыми рангами так, чтобы сумма рангов R всех показателей оставалась постоянной для каждого i-го эксперта.

Заполняя анкету, специалист определяет место факторов в ранжированном ряду, может включить дополнительные факторы.

Результаты записывают в таблицу П.1.2, которую потом используют для вычисления коэффициента согласия (конкордации), характеризующего согласованность экспертных оценок.

Таблица П.1.2

Шифр экспертов	Ранговые оценки показателей качества								Сумма	T_j
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8		
1	8	5	2	1	6	7	4	3	36	0
2	6	4	1	2	7,5	7,5	6	3	36	0,5
3	7	6	1	3	5	8	2	4	36	0
4	7	7	2	1	5	7	3	4	36	2,0
5	8	7	1	2	4	6	3	5	36	0
6	7	8	1	3	5	6	2	4	36	0
7	8	6	1	2	4	7	3	5	36	0
S_i	51	43	9	14	36,5	48,5	22	28	252	2,5
$mn - S_i$	5	13	47	42	19,5	7,5	34	28	196	-
γ_i	0,03	0,07	0,24	0,21	0,10	0,04	0,17	0,14	1,00	-
γ_{i0}	-	-	0,31	0,28	-	-	0,23	0,18	1,00	-
δ_{i0}	-	-	1,72	1,55	-	-	1,28	1,00	-	-
$1/S_i \cdot 10^2$	1,96	2,33	11,11	7,15	7,24	2,06	4,55	3,57	35,44	-
γ'_{i0}	-	-	0,42	0,27	-	-	0,17	0,14	1,00	-
$S_i - \bar{S}$	19,5	11,5	-22,5	-17,5	5,5	17,0	-9,5	-3,5	-	-
$(S_i - \bar{S})^2$	380,25	123,25	506,25	306,25	25,0	289,0	90,25	12,25	1741,5	-

У некоторых экспертов возможны одинаковые оценки значимости нескольких свойств, но для каждого эксперта сумма рангов всех показателей (по горизонтали) должна оставаться постоянной:

$$\sum_{i=1}^{n} a_{ji} = (1+2+3+\ldots+n) = 0{,}5n(n+1). \qquad (1)$$

Если приписывается один и тот же номер двум рядом стоящим факторам, то вводятся «связанные» дробные ранги (например, 2-е и 3-е место - неясно), приписывается обоим - 2,5.

Суммы рангов по вертикали $S_i = \sum_{j=1}^{m} a_{ji}$ для каждого свойства x зависят от m и n и могут быть использованы для суждения о незначимости отдельных свойств, но только одной таблицы или при постоянных m и n. Удобнее характеризовать относительную значимость отдельных свойств коэффициентами значимости v_i и $v_{i\,0}$.

Вначале определяют коэффициенты значимости каждого из всех выбранных свойств по формуле (2) , которая получена в предположении, что при полном совпадении ранговых оценок всех экспертов получаем для наименее значимого свойства γ_i=0, а $S_i=S_{max}=m\cdot n$.

В этом случае

$$\gamma_i = \frac{S_{\max} - S}{\sum\limits_{i=1}^{n}(S_{\max} - S_i)} = \frac{m \cdot n - S_i}{m \cdot n^2 - m\sum\limits_{i=1}^{n} R_{ji}} . \tag{2}$$

С учетом равенства (1) формула (2) примет следующий вид:

$$\gamma_i = \frac{m \cdot n - S_i}{0{,}5m \cdot n(n-1)} . \tag{3}$$

При совпадении всех экспертных оценок по формуле (3) наиболее значимое свойство имеет $\gamma_{\max} = \dfrac{2}{n}$, а $\sum \gamma_i$ =1, при одинаковой значимости всех показателей качества $\gamma_i = \dfrac{1}{n}$.

Далее из всех показателей качества выделяют по наиболее значимым свойствам, для которых $\gamma_i > \dfrac{1}{n}$, и для них определяют коэффициенты значимости по формулам:

$$\gamma_{i0} = \frac{mn - S_{i0}}{mnn_0 - \sum\limits_{i}^{n_0} S_{i0}} , \tag{4}$$

где n_0 - число оставленных наиболее значимых свойств;

S_{i0} - сумма рангов для каждого оставленного свойства.

В таблице П.1.2 были оставлены, как наиболее значимые, свойства X_3, X_4, X_7 и X_8 (n_0=4).

Относительную весомость δ_{i0} оставленных показателей можно также оценить формулой

$$\delta_{i0} = \frac{\gamma_{i0}}{\gamma_{\min}} , \tag{5}$$

где $\gamma_{\min}$ - минимальный из коэффициентов значимости оставленных свойств.

Существует и другая формула для определения значимости оставленных показателей качества:

$$\gamma'_{i0} = \frac{100}{S_{i0}\sum_{i}^{n_0}\frac{100}{S_{i0}}}, \qquad (6)$$

где S_{i0} - сумма рангов для каждого оставленного показателя.

Экспертная (социологическая) оценка коэффициентов значимости должна завершаться определением согласованности высказанных мнений; она может уточняться на основе других теоретических или экспериментальных исследований.

Для определения согласованности экспертных оценок используют исходные данные ранговых оценок экспертов, приведенные в таблице П.1.2. При наличии одинаковых оценок разных показателей отдельными экспертами таблицу дополняют значениями T_j, вычисляемыми по формуле

$$T_j = \frac{1}{12}\sum_{i}^{u}(t_j^3 - t_j), \qquad (7)$$

где u – число рангов с одинаковыми оценками у j-го эксперта;

t_j – число оценок с одинаковым рангом у j-го эксперта.

В таблице П.1.2 для эксперта 2 - $T=T_2=\frac{1}{12}(2^3-2)=0{,}5$, а для эксперта 4 - $T_4=\frac{1}{12}(3^3-3)=2{,}0$.

Вначале находят среднюю сумму рангов для всех показателей:

$$\bar{S} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} S_i = 0{,}5m(n+1). \qquad (8)$$

Затем определяют значения $(S_i - \bar{S})$, и $(S_i - \bar{S})^2$ и записывают их в последние две строки таблицы П.1.2.

В рассматриваемом примере

$$\bar{S} = \frac{51+43+\ldots+22+28}{8} = \frac{252}{8} = 31{,}5;$$

$$a\sum_{i=1}^{n}(S_i - \bar{S})^2 = 380{,}25 + 132{,}25 + \ldots + 12{,}25 = 1741{,}5.$$

Коэффициент согласия определяют по формуле

$$W = \frac{\sum_{i=1}^{n}(S_i - \bar{S})^2}{\frac{1}{12}m^2(n^3-n) - m\sum_{j=1}^{m}T_j}. \qquad (9)$$

Для оценки его значимости находят критерии χ^2:

$$\chi^2 = Wm(n-1), \qquad (10)$$

где обозначения те же, что и в формулах 3 и 9.

В примере $W = \dfrac{1741{,}5}{\frac{1}{12}7^2(8^3-8)-7\cdot 2{,}5} = 0{,}85$;

$\chi^2 = 0{,}85 \cdot 7(8-1) = 41{,}6$.

Таблица П.1.3 – Значения χ^2-критерия для уровня значимости 0,05

Число степеней свободы	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
χ^2	3,841	5,991	7,815	9,488	11,070	12,592	14,067	15,507	16,919	18,307
Число степеней свободы	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
χ^2	19,675	21,026	22,362	23,685	24,996	26,296	27,587	28,869	30,144	31,410
Число степеней свободы	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
χ^2	32,671	33,924	36,172	36,415	37,652	38,885	40,113	41,337	42,557	43,773

В таблице П.1.3 для S=n – 1=7 $\chi^2_{0,05}$=14,1.

Поскольку χ^2=41,6 > 14,1= $\chi^2_{0,05}$, имеем существенную (значимую) согласованность ранговых оценок восьми экспертов.

Это позволяет построить среднюю априорную диаграмму рангов для рассматриваемых факторов.

Диаграмма строится следующим образом. По оси абсцисс откладываются факторы в порядке возрастания суммы рангов, а по оси ординат – сумма рангов (рис. П.1.1).

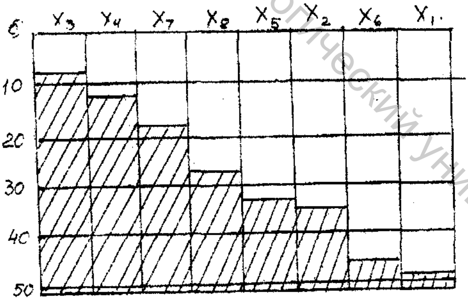
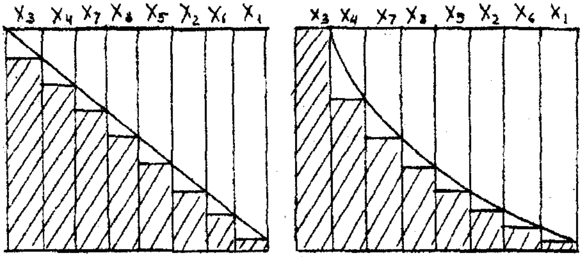


Рисунок П.1.1 – Диаграмма рангов

Диаграмма рангов наглядно характеризует степень влияния отдельных факторов на исследуемый процесс. Чем меньше сумма рангов, тем большее влияние оказывает фактор на исследуемый процесс. С помощью диаграммы рангов совместно с данными, полученными выше, можно выделить наиболее влияющие факторы, отсеять факторы, оказывающие несущественное влияние на процесс. Если распределение степени влияния факторов равномерно или монотонно убывающее (рис. П.1.2а), необходимо при проведении последующих исследований включать все факторы. Если кривая экспоненциально падает – часть факторов можно исключить (рис. П.1.2б).



а) б)

Рисунок П.1.2 – Варианты диаграммы рангов

П.2 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКПЕРИМЕНТА ПРИ ПОСТРОЕНИИ ЛИНЕЙНЫХ МОДЕЛЕЙ ОБЪЕКТА ИССЛЕДОВАНИЯ

Метод математического планирования эксперимента применяется для решения задач, ставящих целью отыскать оптимальные сочетания технологических факторов или выбрать оптимальный состав многокомпонентных систем. Задача такого рода математически формулируется следующим образом:
получить уравнение

$$y = \varphi(x_1; x_2 ... x_n), \quad (1)$$

связывающее факторы x_1, x_2, ... x_n с параметром процесса у, подлежащим оптимизации. Уравнение (1) определяет некоторую поверхность, называемую поверхностью отклика. Величина у, зависящая от факторов, называется параметром оптимизации [8-10].

Практическая зависимость (1), являющаяся математической моделью процесса, может быть представлена полиномом некоторой степени. Чем выше степень полинома, тем значительнее объем вычислительной работы. Поэтому на первом этапе обычно строится линейная модель (т.е. полином первой степени), которая позволяет судить о вкладе каждого отдельного фактора в параметр оптимизации. Если исследователь считает, что этого достаточно, то планирование эксперимента на этом заканчивается. Если линейная модель недостаточно полно описывает процесс (это можно проверить математически) или же целью ставится отыскание оптимума функции (1), то переходят к планированию второго порядка.

а) Выбор нулевого уровня интервалов выравнивания для каждого фактора x_i (1, 2...к).

Построение линейных медалей связано с реализацией полного факторного эксперимента (ПФЭ), учитывающего всевозможные сочетания фиксированных значений (уровней) факторов, участвующих в эксперименте. Если каждый из факторов x_1, $x_2 ... x_k$ варьируется на двух уровнях, то имеем дело с ПФЭ типа $2^к$. Для постановки такого ПФЭ необходимо провести $N=2^к$ опытов. Методику планирования эксперимента проиллюстрируем на следующем примере. Предположим, что необходимо установить взаимосвязь между прочностью клеевого соединения у, определенной через 24 часа после склеивания, температурой и временем конвективно-радиационной сушки клеевой пленки.

Планирование эксперимента начинается с выбора нулевого уровня и интервалов варьирования для каждого фактора x_1 (i=1, 2...к). За нулевой уровень c_{01} обычно принимается то значение фактора, которому соответствует наилучшее значение у, определенное в зависимости от одного фактора х.

Если такая информация отсутствует, то за c_0 целесообразно принять среднее значение того интервала, в пределах которого может изменяться технологический фактор. Интервал варьирования ε - это величина, на которую в данном опыте будет изменяться нулевой уровень в ту и другую сторону. Значение фактора $c_0+\varepsilon$ называется верхним уровнем и обозначается +1, а значение $c_{0i}-\varepsilon$ - нижним уровнем и обозначается -1.

В данном примере, где в качестве образцов были взяты склейки подошвенной резины с двухслойной кирзой на наиритовом клее, за нулевые уровни для факторов x_1 и x_2 целесообразно принять $c_{01}=60^{\circ}$, $c_{02}=10$ мин, а за интервалы варьирования $\varepsilon_1=30$ °C, $\varepsilon_2=6$ мин. Тогда значения факторов, соответствующие уровням +1 и -1, получаем из нулевого уровня прибавлением и вычислением из него интервала варьирования (табл. П.2.1).

Таблица П.2.1 – Уровни и интервалы варьирования факторов

Уровень варьирования факторов	Факторы	
	Температура, °C	Время, мин
	x_1	x_2
-1	30	4
0	60	10
+1	90	16
Интервалы варьирования	30	6

В общем случае связь между кодированными значениями факторов +1 и -1 и их именованными значениями описывается соотношением

$$x_i=\frac{c_i-c_{0i}}{\varepsilon_i}, \qquad (2)$$

где x – кодированное значение факторов, т.е. +1 или -1;

c_i – соответствующее именование значения фактора;

ε_i – интервал варьирования для x_i.

Так, например, кодированному значению фактора x_1, равному 1,41, будет соответствовать значение температуры c_1, которое рассчитывается следующим образом:

$$1{,}41=(c_1-60)/30,$$

$$\text{откуда } c_1=1{,}41\cdot 30+60=102{,}3\ ^{\circ}\mathrm{C}.$$

б) Составление матрицы планирования и рабочей матрицы.

Всевозможные сочетания для двух факторов, варьируемых на двух уровнях, будут исчерпаны, если будут поставлены четыре опыта в соответствии с таблицей П.2.2, которая называется матрицей планирования.

Таблица П.2.2 – Матрица планирования 2^2

Номер опыта	x_1	x_2	Значения $y_{иj}$ в отдельных наблюдениях					$y_и$, кН/м
			1	2	3	4	5	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	+1	+1	3,80	4,32	4,54	3,91	4,28	4,17
2	-1	+1	4,58	4,26	4,65	4,25	4,71	4,49
3	+1	-1	4,68	5,27	5,20	4,48	5,02	4,93
4	-1	-1	1,52	0,84	1,16	1,84	1,44	1,36

В графах 2 и 3 таблицы приведены значения факторов x_1 и x_2, зафиксированные на двух уровнях. В дальнейшем в матрице планирования будем указывать только знаки (+ или -), опуская при этом 1. В графе 9 таблицы П.2.2 указаны значения параметра оптимизации, полученные в результате эксперимента, поставленного при соответствующих уровнях факторов. Каждое значение у является среднеарифметическим пяти значений, расположенных в одной и той же строке, т.е. $y_u = \dfrac{\sum\limits_{j=1}^{5} y_{uj}}{5}$.

Как последовательно достраивается матрица ПФЭ, когда число факторов возрастает от 2 до 3, показано в таблице П.2.3.

Таблица П.2.3 – Матрица планирования 2^3

Номер опыта	x_1	x_2	x_3	y_u
1	+	+	+	y_1
2	-	+	+	y_2
3	+	-	+	y_3
4	-	-	+	y_4
5	+	+	-	y_5
6	-	+	-	y_6
7	+	-	-	y_7
8	-	-	-	y_8

В этом случае матрицу планирования для двух факторов повторяют дважды: первый раз при значениях x_3, находящихся на верхнем уровне, и второй раз – на нижнем уровне. Аналогично из матрицы для трех факторов можно получить матрицу для четырех факторов и т.д.

Постановку эксперимента следует проводить в случайном порядке, что уменьшает степень появления ошибок вследствие влияния неучитываемых факторов.

Случайный порядок постановки эксперимента можно определить с помощью таблицы случайных чисел. Например, эксперимент для случая к=2 можно провести в следующем порядке: 2, 1, 3, 4, а для случаев к=3 – 2, 5, 8, 1, 3, 7, 4, 6.

в) Описание исследуемого процесса уравнением регрессии.

Расчет коэффициентов регрессии.

ПФЭ позволяет описать исследуемый процесс уравнениями регрессии следующего вида:

для к=2 $y = в_0 + в_1x_1 + в_2x_2 + в_{12}x_1x_2$; (3)

для к=3 $y = в_0 + в_1x_1 + в_2x_2 + в_3x_3 + в_{12}x_1x_2 + в_{13}x_1x_3 + в_{23}x_2x_3 + в_{123}x_1x_2x_3$

и т.д.,

где $в_1$, $в_2$, $в_3$, $в_{12}$, $в_{13}$ и т.д. – коэффициенты, которые позволяют качественно оценить влияние факторов на параметр оптимизации.

Так, коэффициенты $в_1$, $в_2$, $в_3$ характеризуют вклад в исследуемый процесс каждого, взятого в отдельности, фактора, а именно: если знак коэффициента положителен, то увеличение фактора x способствует росту критерия оптимизации y, причем тем сильнее, чем больше величина $в_i$. Если же знак $в_i$ отрицателен, то увеличение фактора x_i снижает значение y. коэффициент парного взаимодействия $в_{ij}$ характеризует совместный вклад в исследуемый процесс факторов x_i, x_j и т.д.

Коэффициенты уравнений (3) и (4) рассчитывают по формулам

$$в_0 = \frac{\sum_{u=1}^{N} y_u}{N}, \tag{5}$$

$$в_i = \frac{\sum_{u=1}^{N} x_{iu} y_u}{N}, \tag{6}$$

$$в_{ij} = \frac{\sum_{u=1}^{N} x_{iu} x_{ju} y_u}{N}, \tag{7}$$

где N – общее число опытов.

Результаты расчета по данным таблицы П.2.2 удобно свести в таблицу П.2.4.

Таблица П.2.4

Номер опыта	x_1	x_2	$y_и$	$x_1y_и$	$x_2y_и$	x_1x_2	$x_1x_2y_и$	$\hat{y}_u$	$(y_и - \hat{y}_u)^2 10^{-6}$
1	+	+	4,17	4,17	4,17	+	4,17	4,171	1
2	-	+	4,49	-4,49	4,49	-	-4,49	4,491	1
3	+	-	4,93	4,93	-4,93	-	-4,93	4,931	1
4	-	-	1,36	-1,36	-1,36	+	1,36	1,359	1
Σ			14,95	3,25	2,37		-3,89		
Σ/4			3,738	0,813	0,593		-0,973		

Следовательно, согласно формулам (5)-(7), уравнение регрессии имеет вид

$$\hat{y}_u = 3{,}738 + 0{,}813x_1 + 0{,}593x_2 - 0{,}973x_1x_2. \tag{8}$$

г) Проверка адекватности полученной модели.

Следующий этап – проверка, насколько в действительности уравнение (8) соответствует исследуемому процессу, т.е. проверка адекватности полученной модели. Для этого рассчитывается дисперсия адекватности $S^2_{ад}$.

$$S^2_{ад} = \frac{\sum_{u=1}^{N} n(y_u - \hat{y}_u)^2}{\varphi_1}, \tag{9}$$

где n – число повторений отдельного опыта;

$y_u, \widehat{y}_u$ - соответственно экспериментальные и расчетные значения по уравнению регрессии параметра оптимизации в *u*-й точке;

$\varphi_1 = N - \kappa - 1$ - число степеней свободы.

Следовательно,

$$S^2_{ad} = \frac{4 \cdot 10^{-6} \cdot 5}{4-2-1} = 2 \cdot 10^{-5};$$

$$S^2_{\{y\}} = \frac{\sum\limits_{u=1}^{N}\sum\limits_{j=1}^{n}(y_{uj} - y_u)^2}{\varphi_2}, \tag{10}$$

где N – общее число опытов;

n – число наблюдений в отдельном опыте;

y_{uj} – результат отдельного j-го наблюдения в *u*-том опыте;

y_u – среднеарифметическое из n наблюдений в одной точке;

$\varphi_2 = N(n-1)$ – число степеней свободы.

Для вычисления $S^2_{\{y\}}$ составляем таблицу П.2.5 (данные для расчета взяты из таблицы П.2.2).

Таблица П.2.5

Номер опыта	y_u	$(y_{uj} - y_u)^2$					Σ
		γ=1	γ=2	γ=3	γ=4	γ=5	
1	4,17	0,1369	0,0125	0,1369	0,0676	0,0121	0,3539
2	4,49	0,0081	0,0529	0,0256	0,0576	0,0484	0,1926
3	4,93	0,0625	0,1156	0,0729	0,2025	0,0081	0,4616
4	1,36	0,0256	0,2704	0,0400	0,2304	0,0064	0,5728

Соответственно $S^2_{\{y\}} = \dfrac{0,3639 + 0,1926 + 0,4616 + 0,5728}{4(5-1)} = 0,0988$.

Адекватность модели проверим по критерию Фишера, сравнив для этого величину

$$F_{расч} = \frac{S^2_{ad}}{S^2_{\{y\}}} \tag{11}$$

с $F_{табл}$, взятым из таблицы значений Фишера (таблица П.2.6) при соответствующих числах степеней свободы φ_1 и φ_2 и выбранном уровне значимости (как правило, 5%-ном). Выполнение неравенства $F_{расч} < F_{табл}$ является условием адекватности полученной модели.

Для рассматриваемого примера имеем:

$$F_{расч} = \frac{2 \cdot 10^{-6}}{0,0988} = 0,0002; \qquad F_{табл} = 4,49$$

при $\varphi_1 = 4 - 2 - 1 = 1$ и $\varphi_2 = 4\,(5-1) = 16$.

Таблица П.2.6 – Значение критерия Фишера при 5%-ном уровне значимости

Значение φ_2	Значение φ_1											
	1	2	3	4	5	6	8	12	16	24	50	∞
1	161	200	216	225	230	234	239	244	246	249	252	254
2	18,51	19	19,16	19,25	19,30	19,33	19,37	19,41	19,43	19,45	19,48	19,50
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,85	8,74	8,69	8,64	8,58	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	8,04	5,91	5,84	5,77	5,70	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,28	4,60	4,53	4,44	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,00	3,92	3,84	3,75	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,73	3,57	3,49	3,41	3,32	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,28	3,20	3,12	3,02	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,23	3,07	2,99	2,90	2,80	2,77
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,91	2,83	2,74	2,64	2,54
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,69	2,60	2,51	2,40	2,30
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,70	2,53	2,44	2,35	2,24	2,13
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	2,42	2,33	2,24	2,12	2,01
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,45	2,28	2,18	2,08	1,97	1,84
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,29	2,12	2,02	1,91	1,79	1,65
36	4,11	3,26	2,87	2,63	2,48	2,36	2,21	2,03	1,93	1,82	1,69	1,55
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,18	2,00	1,90	1,79	1,66	1,51
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,13	1,95	1,85	1,74	1,60	1,44
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,31	2,19	2,03	1,85	1,75	1,63	1,48	1,28
∞	3,84	3,00	2,30	2,37	2,21	2,10	1,94	1,75	1,64	1,52	1,35	1,00

Поскольку $F_{расч} < F_{табл}$, то гипотеза об адекватности модели (8) принимается.

Аналогичная проверка линейной модели (без коэффициента $в_{1,2}$) показала ее неадекватность.

д) Выявление коэффициентов уравнения регрессии, которые незначительно отличаются от нуля.

После проверки адекватности необходимо выявить те коэффициенты уравнения (8), которые незначительно отличаются от нуля.

Для этого по формуле

$$S^2_{\{bj\}} = \frac{S^2_{\{y\}}}{N \cdot n} \qquad (12)$$

вычисляется дисперсия коэффициента в. Отметим, что при использовании ПФЭ для всех коэффициентов, в том числе и для эффектов взаимодействия, значение $S^2_{\{bj\}}$ одинаково. Значимость каждого отдельного коэффициента оценим по критерию Стьюдента. Для этого величину

$$t_{расч} = \frac{|в_j|}{S_{\{bj\}}} \qquad (13)$$

сравниваем с $t_{табл}$, взятым из таблицы значений критерия Стьюдента (таблица П.2.7) при соответствующем числе степеней свободы $\varphi = N(n-1)$ и выбранном 5%-ном уровне значимости. Выполнение неравенства $t_{табл} < t_{расч}$ – условие значимости коэффициента. Незначимые коэффициенты, если таковые имеются, из модели исключаются.

Таблица П.2.7 – Значения критерия Стьюдента при 5%-ном уровне значимости

φ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
t	12,706	4,303	3,182	2,776	2,571	2,447	2,365	2,306	2,262	2,228	2,202	2,179	2,160

Продолжение таблицы П.2.7

φ	14	15	16	17	18	19	20	30	40	60	120	∞
t	2,145	2,131	2,120	2,110	2,101	2,093	2,086	2,042	2,021	2,00	1,960	1,960

В результате расчета по формулам (12) и (13) имеем:

$S^2_{\{bj\}}$=0,0988/4·5=0,0049

t_1=0,813/0,0703=11,56 $\quad$ t_2=0,593/0,0703=8,44

t_0=3,738/0,0703=53,17 $\quad$ t_{12}=0,973/0,0703=13,84.

Поскольку при φ=4 (5 – 1) = 16 $t_{табл}$=2,120, то для всех коэффициентов $t_{табл} < t_{расч}$

Поэтому в уравнении (8) незначимых коэффициентов нет.

е) Преобразование уравнения регрессии в уравнение, описывающее исследуемый процесс в именованных единицах измерения.

Теперь, используя соотношение (2), преобразуем уравнение (8) в уравнение, описывающее зависимость прочности от температуры T и времени в их единицах измерения. Для этого в уравнении (8) произведем замену

$x_1 = (T - 60)/30$, $x_2 = (t - 10)/6$.

В результате этого получаем уравнение

$y = -2{,}115 + 0{,}081T + 0{,}423t - 0{,}05T$.

ж) Графическая интерпретация полученной модели.

Для графической интерпретации модели применим метод сечений. Фиксируя значение y на некотором уровне (например, y =3,8; 4 и др.) будем иметь уравнение, определяющее некоторую кривую. Каждая такая кривая (рис. П.2.1) является кривой равных значений прочности. По этим кривым можно наглядно судить об изменении прочности в зависимости от изменения T и t. Из рисунка П.2.1 видно, что при t = 12 мин., когда температура изменяется от 38 до 68°C, прочность изменяется от 3,8 до 4,4 кН/м и т.д.

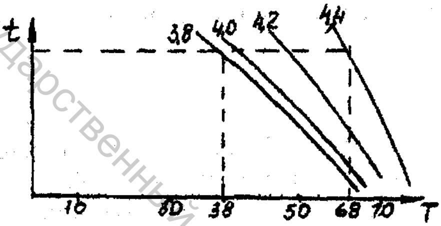


Рисунок П.2.1 – Кривые равных значений прочности

Учебное издание

Смелкова Светлана Владимировна

ОСНОВЫ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Учебное пособие

Редактор К.А. Загайгора
Технический редактор Е.А. Щербакова
Корректор И.П. Лабусова
Компьютерная верстка Ю.Ю. Котикова

Подписано к печати 07.03.06 Формат 60x84/16 Бумага офсетная №1. Гарнитура «Таймс».
Усл.печ.листов 5,63 . Уч./издат.листов 5,5 . Тираж 115 экз. Зак. № 139

Учреждение образования «Витебский государственный технологический университет».
210035 Витебск, Московский пр., 72. Отпечатано на ризографе Учреждения образования «Витебский государственный технологический университет». Лицензия ЛП № 02330/0133005 от 1 апреля 2004 года.