

ДИНАМИКА ЭКСТРУЗИИ ИЗОТРОПНОГО МАТЕРИАЛА.

Пятов В.В., Ковчур А.С.

На рис.1. изображена схема зоны формирования. Материал выдавливается через зазор, образованный внутренней поверхностью матрицы 1 и наружной поверхностью дорна 2. Матрица имеет коническую часть длиной z_1 и цилиндрическую часть длиной $z_2 - z_1$. Радиусы входного и выходного сечений матрицы r_2 и r_1 соответственно. Дорн представляет собой цилиндрический стержень радиусом r_0 . Угол наклона образующей конической части матрицы α .

Дорн не закреплен и перемещается в процессе экструзии вместе с материалом. Так формируются трубчатые изделия (после выпрессовки дорн удаляется), стержни (дорна нет, $r_0=0$) или наносят наружные покрытия (в этом случае вместо дорна установлено обрабатываемое изделие).

На материал действует усилие выдавливания, вызывающее напряжения σ_z , которые предполагаются распределенными в поперечных сечениях однородно (не зависят от r). На внутренней поверхности матрицы нормальные напряжения обозначены σ , а касательные вызываемые силой трения, τ . На поверхности оправки нормальные напряжения σ_r , а касательные отсутствуют, так как она движется вместе с материалом.

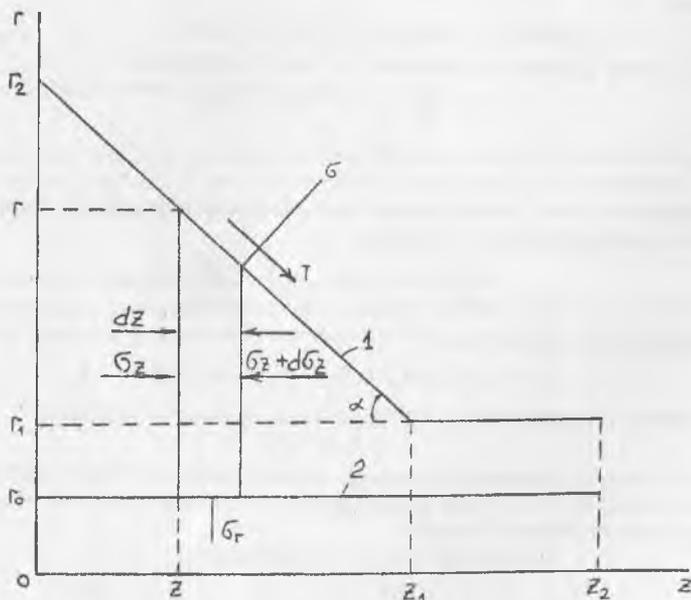


Рис.1. Схема зоны формирования.

Предполагается, что направления главных нормальных напряжений совпадают с координатными направлениями.

В цилиндрической части матрицы материал находится в состоянии упругой разгрузки с элементами пластического течения, то есть в критическом состоянии. Связано это с большими упругими деформациями в радиальном направлении, возникающими после обжатия в конической части. Поэтому для цилиндрической части

$$\sigma_r > \sigma_z, \quad (1)$$

что особенно очевидно в выходном сечении ($z = z_2$), где

$$\sigma_z = 0, \text{ а } \sigma_r > 0.$$

Соотношение (1) справедливо и для конической части, так как там происходит обжатие в радиальном направлении, поэтому условие пластичности для всей зоны формования имеет вид

$$\sigma_r - \sigma_z = \sigma_s \quad (2)$$

Уравнение равновесия сил, действующих на кольцевой элемент толщиной δz имеет вид

$$\pi (r^2 - r_0^2) \sigma_z - \pi [(r - \operatorname{tg} \alpha dz)^2 - r_0^2] (\sigma_z + d\sigma_z) - 2\pi (r - 1/2 \operatorname{tg} \alpha dz) \sigma_r \operatorname{tg} \alpha dz - 2\pi (r - 1/2 \operatorname{tg} \alpha dz) \tau dz = 0 \quad (3)$$

или, после удаления бесконечно малых высших порядков

$$-(r^2 - r_0^2) \frac{d\sigma_z}{dz} + 2r \operatorname{tg} \alpha \sigma_z - 2r (\sigma_r \operatorname{tg} \alpha + \tau) = 0 \quad (4)$$

Подстановка в (4) закона трения

$$-\frac{r^2 - r_0^2}{2r} \frac{d\sigma_z}{dz} + \operatorname{tg} \alpha \sigma_z - (\operatorname{tg} \alpha + f) \sigma = 0 \quad (5)$$

Так как

$$\sigma_r = (\sigma \cos \alpha - \tau \sin \alpha) / \cos \alpha = \sigma (1 - f \operatorname{tg} \alpha) \quad (6)$$

то, с учетом условия пластичности (2), из (5) получается

$$-\frac{r^2 - r_0^2}{2r} \frac{d\sigma_z}{dz} + (\operatorname{tg} \alpha - k) \sigma_z - k \sigma = 0 \quad (7)$$

где
$$k = \frac{\operatorname{tg} \alpha + f}{1 - f \operatorname{tg} \alpha} \quad (8)$$

Учитывая, что $r = r_2 - z \operatorname{tg} \alpha$, после преобразований и разделения переменных получается дифференциальное уравнение

$$-\frac{d\sigma_z}{(k - \operatorname{tg} \alpha) \sigma_z + k \sigma_s} = 2 \frac{r^2 - z \operatorname{tg} \alpha}{(r^2 - z \operatorname{tg} \alpha)^2 - r_0^2} dz \quad (9)$$

интегрирование которого дает

$$-\ln |(k - \operatorname{tg} \alpha) \sigma_z + k \sigma_s| = \frac{\operatorname{tg} \alpha - k}{\operatorname{tg} \alpha} \ln |(r_2 - z \operatorname{tg} \alpha)^2 - r_0^2| + A \quad (10)$$

Постоянная интегрирования A определяется из граничного условия

$$\sigma_z(z_1) = \sigma_1 \quad (11)$$

где σ_1 — осевое напряжение в выходном сечении конической части матрицы.

Потенцируя (10) и опуская знаки абсолютной величины (под ними стоят отрицательные выражения), получим

$$(k - \operatorname{tg} \alpha) \sigma_z + k \sigma_s = eA [(r_2 - z \operatorname{tg} \alpha)^2 - r_0^2]^n, \quad (12)$$

где
$$n = \frac{k - \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \left(\frac{f + \operatorname{tg} \alpha}{1 - f \operatorname{tg} \alpha} - \operatorname{tg} \alpha \right) = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \frac{f(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)}{1 - f \operatorname{tg} \alpha} \quad (13)$$

Подставляя в (12) граничное условие (11), найдем постоянную интегрирования

$$e^A = [(k - tg\alpha)b_1 + kb_s][(r_2 - z_1 tg\alpha)^2 - r_0^2]^n \quad (14)$$

Подстановка (14) в (12) после преобразований позволяет найти распределение напряжений вдоль конической части матрицы:

$$b_z = (b_1 + mb_s) \left(\frac{r}{r_1}\right)^n - mb_s \quad (15)$$

где F и F_1 - площади текущего и выходного сечений конической части соответственно;

$$m = \frac{k}{k - tg\alpha} \frac{tg\alpha + f}{tg\alpha + f - tg\alpha(1 - ftg\alpha)} = \frac{1}{f} \frac{f + tg\alpha}{1 + tg^2\alpha} \quad (16)$$

Для нахождения напряжений в цилиндрической части в уравнение (5) надо подставить $\alpha=0$ и $r_1=r$:

$$-\frac{r_1^2 - r_0^2}{2r_1} \frac{db_z}{dz} - fb = 0 \quad (17)$$

Подставляя в (17) $b_r=b$ и учтя (2), получим дифференциальное уравнение

$$\frac{db_z}{b_z + b_s} = \frac{2fr_1}{r_1^2 - r_0^2} dz \quad (18)$$

Решение этого уравнения при граничном условии

$$b_z(z_2) = 0 \quad (19)$$

имеет вид

$$b_z = b_s [e^{p(z_2 - z)} - 1] \quad (20)$$

где

$$p = \frac{2fr_1}{r_1^2 - r_0^2} \quad (21)$$

Напряжение на выходе конической части

$$b_1 = b_s [e^{p(z_2 - z_1)} - 1] \quad (22)$$

Необходимо отдельно рассмотреть случай, когда внешнее трение отсутствует. Тогда $n=0$, $m=\text{беск.}$ и воспользоваться соотношением (15) невозможно.

Предел, к которому стремиться b_z при $f \rightarrow 0$, равен

$$b_z = b_s \ln \frac{r}{r_1}, \quad (23)$$

то есть получается известное из теории выражение.

Полученные соотношения позволяют провести анализ влияния различных факторов на характер напряженного состояния в зоне формования.