

ОЦЕНКА ЧИСЛЕННОСТИ ГРУППЫ ПОКАЗАТЕЛЕЙ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИХ СПОСОБНОСТЬ НИТИ К ВЯЗАНИЮ

Науменко А.А.

Результаты исследований [1] и опыт практики показывают, что способность нити к вязанию может быть адекватно оценена лишь комплексом технологических показателей. В связи с этим возникает вопрос о влиянии на информативность такого комплекса численности входящих в него величин. Существует ли возможность ответить на него, не называя самих показателей? На взгляд автора такая возможность появляется, если проанализировать положение точек, отображающих состояние объекта, в качестве которого будем рассматривать нить, в многомерном пространстве скоростей изменения показателей, его характеризующих.

Пусть X_1, X_2, \dots, X_k - некоторый комплекс из K нормированных на единичном интервале показателей, определяющих способность нити к вязанию. Очевидно, что для различных партий нитей значения этих показателей в общем случае будут неодинаковы. Иными словами, каждой очередной партии нитей будут соответствовать свои значения показателей X_i , что и обуславливает отличие нитей одной партии от нитей другой. В связи с этим каждый из показателей по отношению к последовательности партий можно рассматривать как функцию времени $X_i(t)$. Конечно, в действительности $X_i = X_i(t_j)$, где t_j - момент времени, связываемый с поступлением на предприятие очередной партии нитей. Однако, как известно из [2], числовые последовательности могут быть описаны так называемыми решетчатыми функциями, для которых, в частности, корректна операция дифференцирования. Это предоставляет возможность определить скорость изменения показателя через первую производную его по времени $X'_i = dX_i/dt$ и рассматривать ее в качестве меры интенсивности изменения во времени единичного показателя, входящего в комплекс, а значит и меры различий между нитями разных партий.

Введем теперь K -мерное фазовое пространство и будем откладывать вдоль каждой из его осей значение скорости изменения соответствующего показателя. В таком пространстве набору значений скоростей изменения показателей в любой момент времени соответствует точка. Радиус-вектор ее R определяется как

$$R^2 = (x'_1)^2 + (x'_2)^2 + (x'_3)^2 + \dots + (x'_k)^2$$

Если использовать механическую аналогию с кинетической энергией, то квадрат скорости изменения любого показателя можно рассматривать в качестве меры своего рода "энергии", то есть интенсивности такого изменения. Тогда величина R есть мера полной "энергии" изменения комплекса из K показателей.

Отметим, что точки, расположенные на расстоянии R от начала координат, то есть точки, образующие поверхность гипертуперы, соответствуют таким наборам значений скоростей изменения показателей, у которых полная "энергия" изменения одинакова. При переходе от точки к точке вдоль радиуса-вектора эта "энергия" будет изменяться. Величину изменения ее при перемещении вдоль радиуса-вектора на величину δR можно принять в качестве критерия чувствительности всего комплекса показателей к изменениям единичных показателей, входящих в его состав.

Рассмотрим теперь как распределяются точки в K -мерном фазовом пространстве скорости изменения показателей, соответствующие различным значениям полной "энергии". В качестве естественной оценки количества точек в гиперсфере радиуса R примем ее объем. Выясним распределение объема гиперсферы радиуса R внутри ее в направлении от центра к поверхности в зависимости от размерности фазового пространства.

В общем случае объем K -мерной гиперсферы определяется как

$$V = q R^K$$

где q - некоторый постоянный коэффициент, в общем случае зависящий от размерности фазового пространства (в частности при $K=1$ $q=1$, при $K=2$ $q=\pi$, при $K=3$ $q=4/3\pi$).

Объем concentрически вложенной в нее гиперсферы радиуса nR , где $0 \leq n \leq 1$, составит:

$$V' = q(nR)^K$$

Запишем выражение для отношения этих двух объемов:

$$V' / V = n^K \quad (1)$$

Соотношение (1) отражает изменение объема гиперсферы в фазовом пространстве размерности K при перемещении вдоль ее радиуса на некоторый шаг δR , определяемый величиной n . Величину V'/V будем использовать в качестве критерия чувствительности всего комплекса показателей к изменениям способности нити к переработке на трикотажных машинах. Построим таблицу значений функции, описывающей отношение объемов гиперсфер для $n=0,8$ и $K=1,2,\dots,15$. Из этой таблицы видно, что точки, соответствующие в многомерном пространстве различным наборам значений скорости изменения показателей, по мере роста размерности фазового пространства будут все ближе располагаться к поверхности гиперсферы, т.е. будут оказываться на все более близких друг к другу расстояниях от начала координат, так как по мере роста размерности фазового пространства весь объем гиперсферы будет сосредотачиваться все ближе к ее поверхности.

K	V*/V	ε(V*/V)
1	0.800	-
2	0.640	0.160
3	0.512	0.123
4	0.401	0.111
5	0.327	0.074
6	0.262	0.065
7	0.210	0.051
7	0.168	0.042
9	0.134	0.034
10	0.107	0.027
11	0.086	0.021
12	0.069	0.017
13	0.69	0.014
14	0.44	0.011
15	0.035	0.009

Таким образом, чем больше показателей в комплексе, тем больше разность объемов гиперсфер в фазовом пространстве скорости изменения показателей при одном и том же отношении их радиусов, так как в гиперсфере радиуса nR остается все меньше точек (а значит и объема) ввиду перехода все большего их количества в гиперсферический слой, прижатый ко внутренней поверхности гиперсферы радиуса R . Иначе говоря, по мере увеличения числа показателей, а следовательно, и размерности фазового пространства, какие бы значения не принимали скорости изменения единичных показателей, полная "энергия" изменения всего комплекса их будет колебаться все менее существенно, то есть отклик комплекса будет становиться все менее заметным. Уже при $K=10$ объем внутренней гиперсферы радиуса $0,8 R$ содержится в гиперсферическом слое толщиной всего $0,2 R$, прижатом к внутренней поверхности гиперсферы, а значит подавляющая часть ее объема сосредоточена у ее поверхности. Увеличение числа показателей с 10 до 15 уменьшает разность объемов гиперсфер всего на 7%. Это подтверждается и анализом скорости изменения отношения V'/V , значения которой представлены

в 3-ем столбце таблицы. Так при переходе от 2-факторного пространства к 10-факторному скорость изменения отношения объемов гиперсфер падает примерно в 6 раз, а при переходе к 15-факторному эта скорость уменьшается в 18 раз и становится практически равной нулю. Отсюда можно заключить, что чувствительность комплекса и численность входящих в него показателей - величины взаимно обратные. А это означает, что возможный обобщенный критерий пригодности нити к переработке на трикотажных машинах не должен зависеть от большого числа единичных показателей, ибо в противном случае его оценки даже для существенно различных видов нитей становятся мало различимыми.

Если принять во внимание, что каждый показатель с метрологической стороны измеряется с ненулевой погрешностью, то возникает достаточно оснований полагать, что группа важнейших показателей, определяющих технологическую надежность нити, включает примерно 10 показателей.

Этот вывод позволяет с большей определенностью решать вопросы, связанные с отбором параметров с целью контроля и управления производственными объектами и процессами.

Литература:

1. Перепелкин К.Е. Дефектность и технологическая работоспособность нитей - основные факторы стабильности процессов их получения и переработки. - М.: Вестник МГТА, 1994. - 13с.
2. Кобринский Н.Е. Информационные фильтры в экономике. - М.: Статистика, 1978. - 288 с.